



Zur Ermittlung von zyklischen Werkstoffkennwerten und Schädigungsparameterwöhlerlinien

D i s s e r t a t i o n

zur Erlangung des Doktorgrades
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Michael Wächter
aus Osterode am Harz

genehmigt von

der Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau
der Technischen Universität Clausthal,

Tag der mündlichen Prüfung: 25.05.2016

Dekan:	Professor Dr. rer. nat. habil. Jürgen Dix
Vors. d. Promotionskommission:	Professor Dr.-Ing. Volker Wesling
Betreuer:	Professor Dr.-Ing. Alfons Esderts
Gutachter:	Professor Dr.-Ing. Michael Vormwald

*Was einmal gedacht wurde,
kann nicht mehr zurückgenommen werden.*

(Friedrich Dürrenmatt)

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Maschinelle Anlagentechnik und Betriebsfestigkeit der Technischen Universität Clausthal, wobei die Grundlagen durch die Mitarbeit am Forschungsvorhaben *Rechnerischer Bauteilfestigkeitsnachweis unter expliziter Erfassung nichtlinearen Werkstoff-Verformungsverhaltens* gelegt wurden. Dieses Projekt wurde finanziell von der AiF gefördert und fachlich durch den Fachkreis Bauteilfestigkeit des Forschungskuratoriums Maschinenbau betreut. Hierfür sei an dieser Stelle gedankt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Alfons Esderts für die Betreuung dieser Arbeit als Doktorvater und die umfänglichen Freiheiten, die er mir während der Bearbeitung des Themas gewährte – dieses jedoch nie, ohne an den entscheidenden Stellen nachzuhaken und kritisch zu diskutieren.

Herrn Professor Dr.-Ing. Michael Vormwald (TU Darmstadt) gilt mein Dank dafür, dass er die Aufgabe des Gutachters und die damit verbundenen Mühen bereitwillig übernommen hat.

Meinen ehemaligen Kollegen Dr.-Ing. Christian Müller und Dr.-Ing. Karsten Hinkelmann möchte ich für die wertvollen Vorarbeiten auf dem Gebiet der Versuchsauswertung und der Statistik in der Betriebsfestigkeit danken. Sie haben mir die Statistik nahe gebracht und mir gezeigt, wie wertvoll große Datenmengen sein können.

Weiterhin wäre die vorliegende Arbeit ohne die unzähligen fleißigen Wissenschaftler und Versuchingenieure nicht möglich gewesen, die dehnungsgeregelte Versuche durchgeführt und die Ergebnisse gut dokumentiert veröffentlicht haben. Auch ihnen gilt mein Dank.

Herrn Dr.-Ing. Christian Müller, Herrn Dr.-Ing. Rainer Masendorf, Frau Dipl.-Betriebsw. (FH) Karin Friedrichs sowie meiner Mutter Frau Dipl.-Ing. Martina Wächter sei für das sorgfältige Korrekturlesen dieser Arbeit und die dabei entstandenen wertvollen Anregungen gedankt.

Mein Dank für die produktive und angenehme Zusammenarbeit im Institutsalltag gilt meinen ehemaligen und aktuellen Kollegen im wissenschaftlichen Bereich, dem Sekretariat, der mechanischen Werkstatt, dem Elektroniklabor und der Systemadministration. Gedankt sei auch der Schar von Hiwis, die mich bei der täglichen Arbeit und der Digitalisierung von Versuchsergebnissen unterstützt haben.

Meinen Eltern gilt mein Dank dafür, dass sie mein Interesse und meine Neugier gefördert und mir ein Studium und damit die Voraussetzungen für die Promotion ermöglicht haben.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau Maren, die in den letzten Jahren oft zurückstecken musste und mich in meinen Bestrebungen fortwährend unterstützt und motiviert hat.

Clausthal im September 2016

Michael Wächter

Kurzfassung

Ermüdungsfestigkeitsnachweise für Bauteile unter schwingender Beanspruchung können beispielsweise mit dem sogenannten Örtlichen Konzept erbracht werden. Wie bei allen rechnerischen Festigkeitsnachweisen werden hierzu Kennwerte benötigt. Im Falle des Örtlichen Konzepts wird die Festigkeit durch die sogenannte Schädigungsparameterwöhlerlinie beschrieben, welche üblicherweise aus den zyklischen Werkstoffkennwerten – den Kennwerten der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve – abgeleitet wird. In der vorliegenden Arbeit werden die Schädigungsparameter P_{SWT} nach Smith, Watson und Topper und P_j nach Vormwald in Verbindung mit den Werkstoffgruppen Stahl und Aluminiumknetlegierungen betrachtet.

Schädigungsparameterwöhlerlinien und zyklische Werkstoffkennwerte können entweder experimentell ermittelt oder aber rechnerisch abgeschätzt werden. Zur experimentellen Ermittlung werden dehnungsgeregelte Versuche an ungekerbten Werkstoffproben durchgeführt. Es wird untersucht, wie die Auswertung solcher Versuche zu erfolgen hat und welche Besonderheiten zu berücksichtigen sind, um möglichst treffsichere Ergebnisse zu erhalten. Hierzu wird eine umfangreiche Datenbasis mit Versuchsergebnissen aus der Literatur zusammengetragen, die eine Gütebewertung ermöglicht.

Besteht die Möglichkeit der experimentellen Ermittlung nicht, so können die zyklischen Kennwerte ausgehend von quasistatischen Kennwerten abgeschätzt werden. In der Literatur existiert bereits eine große Anzahl von Schätzmethoden für zyklische Werkstoffkennwerte. Diese bekannten Methoden werden anhand der bereits erwähnten Datenbasis bewertet und eine neue Methode wird entwickelt, die eine verbesserte Treffsicherheit und einen gleichzeitig größeren Gültigkeitsbereich aufweist. Zusätzlich werden zum einen das Potenzial von Künstlichen neuronalen Netzen bei der Abschätzung zyklischer Kennwerte untersucht und zum anderen die Möglichkeit Schädigungsparameterwöhlerlinien direkt, ohne den Umweg über die zyklischen Werkstoffkennwerte, abzuschätzen. Sowohl für die experimentelle als auch für die rechnerische Schätzung von Schädigungsparameterwöhlerlinien werden Empfehlungen für die praktische Anwendung getroffen, wobei gleichzeitig die Treffsicherheit der empfohlenen Methode angegeben wird.

Um die Ergebnisse der betrachteten Auswerte- und Schätzmethoden für praktische Festigkeitsnachweise verwenden zu können, wird weiterhin ein Konzept vorgestellt, mit dem sich die ermittelten Wöhlerlinien auf niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten umrechnen lassen. Hierbei wird die Streuung pauschal anhand von werkstoffgruppenspezifischen Faktoren berücksichtigt.

Abstract

Fatigue assessments for components that are subjected to cyclic loads can be conducted by using the so called local concept or strain based concept. As is necessary for all strength assessments, material properties are needed also for the strain based concept. In this case the fatigue strength is characterized by S-N curves (Woehler-curves) for damage parameters. These are usually obtained using the cyclic properties that describe the strain-life and the cyclic stress-strain curve. In this study the damage parameters according to Smith, Watson and Topper, P_{SWT} , as well as the one according to Vormwald, P_J , are discussed in combination with the material groups steel and wrought aluminum alloys.

S-N curves for damage parameters and cyclic properties can be determined by experiments or by estimation. For the determination by experiments strain-controlled tests on unnotched specimens are conducted. How to do the evaluation to obtain most accurate results and which peculiarities may arise during the evaluation is discussed in this work. Therefore a huge database with experimental results is gathered from literature. It allows to rate the different evaluation techniques concerning their accuracy.

If experiments cannot be conducted, the cyclic properties can be estimated using quasi-static material properties, e.g. the tensile strength. A large number of estimation methods for this purpose already exist throughout the literature. These known methods can be rated concerning their accuracy using the already mentioned database and a new method with improved accuracy and an extended range of validity is developed. In addition, the potential of artificial neural networks for the estimation of cyclic properties and the possibility of estimating S-N curves for damage parameter directly, without the detour to the cyclic properties, is investigated.

For the experimental determination as well as for the estimation of S-N curves for the damage parameters, practical advice is given, and the accuracy of the recommended methods is reported.

To use the investigated evaluation and estimation techniques for fatigue assessments in practice, a concept is introduced of how to shift the determined S-N curves to small probabilities of failure. Therefore the scatter is considered using material group specific factors.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Zielsetzung	1
2. Zusammenfassung und Fazit	5
3. Grundlagen	9
3.1. Zyklische Werkstoffkennwerte	9
3.2. Örtliches Konzept und Schädigungsparameter	13
3.2.1. Lebensdauerabschätzung mit dem Örtlichen Konzept . . .	14
3.2.2. Schädigungsparameter im Örtlichen Konzept	16
3.3. Statistische Grundlagen	22
4. Werkstoffdatenbank mit zyklischen Kennwerten	25
5. Experimentelle Ermittlung zyklischer Kennwerte	29
5.1. Methoden zur Ermittlung zyklischer Kennwerte	29
5.1.1. Versagenskriterium	30
5.1.2. Aufteilung der Gesamtdehnungsamplitude und verwendeter E-Modul	32
5.1.3. Die Art der Regression	35
5.2. Modell zur Streuung dehnungsgeregelter Versuche	44
5.2.1. Streuung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve .	45
5.2.2. Streuung in der Dehnungswöhlerlinie	50
5.2.3. Fazit	50
5.3. Bewertung von Auswertemethoden anhand von Versuchsergebnissen	50
5.4. Wertebereiche und Abhängigkeiten der zyklischen Kennwerte .	56
5.5. Bewertung von Auswertemethoden mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen	64
5.5.1. Simulationsmodell	65
5.5.2. Simulation und Auswertung der Ergebnisse	68
5.5.3. Erwartungstreue und Schätzgüte bei den verschiedenen Regressionsmethoden	70
5.5.4. Fazit	74
5.6. Empfehlungen für die Auswertung	76
6. Experimentelle Ermittlung von Schädigungsparameterwöhlerlinien	79
6.1. Schädigungsparameter P_{SWT}	79

6.1.1.	Originaler Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus zyklischen Kennwerten	79
6.1.2.	Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus zyklischen Kennwerten	82
6.1.3.	Eine Maximum-Likelihood-Methode zur Schätzung der P_{SWT} -Wöhlerlinie nach dem bilinearen Ansatz aus Einzelversuchen	86
6.1.4.	Fazit	92
6.2.	Schädigungsparameter P_J	93
6.2.1.	Vorgehensweise 1	98
6.2.2.	Vorgehensweise 2	98
6.2.3.	Vorgehensweise 3	100
6.2.4.	Vorgehensweise 4	102
6.2.5.	Fazit	105
7.	Rechnerische Abschätzung zyklischer Kennwerte mit konventionellen Abschätzmethoden	107
7.1.	Methoden zur rechnerischen Abschätzung zyklischer Kennwerte .	108
7.1.1.	Four-Point-Correlation-Method	109
7.1.2.	Method of universal Slopes	110
7.1.3.	Iida/Fujii	110
7.1.4.	Mitchell's Method	111
7.1.5.	Modified universal Slopes	111
7.1.6.	Uniform Material Law	112
7.1.7.	Modified Four-Point-Correlation-Method	114
7.1.8.	Modified Mitchell's Method	115
7.1.9.	Material Law of Steel Sheets	115
7.1.10.	Hardness Method	116
7.1.11.	Method of variable Slopes	117
7.1.12.	Median Method	118
7.1.13.	Method of variable Slopes modified	119
7.1.14.	Method of variable Slopes 2006	120
7.1.15.	Uniform Material Law +	121
7.2.	Gütekriterien für rechnerische Abschätzmethoden	122
7.3.	Gütebewertung für die rechnerische Abschätzung	124
7.4.	Die FKM-Methode	129
7.4.1.	Korrelationen zwischen zyklischen Kennwerten und der Zugfestigkeit	129
7.4.2.	Ableitung der FKM-Methode	132
7.5.	Die FKM ⁺ -Methode	138

7.6. Fazit	143
8. Abschätzung zyklischer Kennwerte mit Künstlichen Neuronalen Netzen	145
8.1. Aufbau und Funktionsweise von KNN	145
8.2. Anwendungen von KNN in der Betriebsfestigkeit	148
8.3. Variantenuntersuchungen für die Abschätzung zyklischer Kennwerte	155
8.3.1. Direkte Abschätzung	158
8.3.2. Indirekte Abschätzung	160
8.4. Eine geeignete Möglichkeit zur Abschätzung zyklischer Kennwerte mit KNN	165
8.5. Anmerkungen	170
9. Abschätzung von Schädigungsparameterwöhlerlinien	173
9.1. Schädigungsparameter P_{SWT}	173
9.1.1. Originaler Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten	173
9.1.2. Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten	177
9.1.3. Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, direkte Schätzung	180
9.1.4. Fazit	182
9.2. Schädigungsparameter P_J	182
9.2.1. Vorgehensweise 2	183
9.2.2. Vorgehensweise 4	184
9.2.3. Vorgehensweise 5	184
9.2.4. Fazit	186
10. Mittelwertkorrektur von Schädigungsparameterwöhlerlinien	187
10.1. Experimentelle P-Wöhlerlinien	189
10.2. Geschätzte P-Wöhlerlinien	191
10.3. Anmerkungen	192
11. Ableitung von Schädigungsparameterwöhlerlinien für niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten	195
11.1. Faktoren für experimentelle P-Wöhlerlinien	198
11.2. Faktoren für geschätzte P-Wöhlerlinien	200
11.3. Anmerkungen	202

Anhang	207
A. Matlabfunktion für die Maximum-Likelihood-Schätzung von P_{SWT}-Wöhlerlinien	209
B. Gewichtungsmatrizen und Biaswerte für die Künstlichen Neuronalen Netze	215
Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	237
Literaturverzeichnis	245

1. Einleitung und Zielsetzung

Die Lebensdauerabschätzung von Bauteilen, die schwingenden Beanspruchungen ausgesetzt sind, kann entweder im Versuch erfolgen oder mithilfe von Berechnungskonzepten, die sich in ihrem Detaillierungsgrad und was die Annäherung an ein realistisches Werkstoffverhalten angeht, unterscheiden. Idealerweise sollte die rechnerische Bauteilauslegung, die im Gegensatz zum Versuch zeit- und kostengünstiger ist, zumindest von Versuchen begleitet werden, um die Auswirkungen der nach wie vor vorhandenen Schwächen der Berechnungskonzepte abmildern zu können. Nicht immer jedoch lässt sich ein solches redundantes Vorgehen in der Praxis realisieren. Gerade zu Beginn des Konstruktionsprozesses, bei Klein- und Kleinstserien oder Einzelstücken, lassen sich oft keine Bauteilversuche durchführen. In solchen Situationen muss der Ingenieur die Bauteilauslegung und -freigabe auf zuverlässige Berechnungskonzepte stützen. Dabei ist es wünschenswert, dass diese Berechnungskonzepte zwar zu einer konservativen Lebensdauerabschätzung führen, aber dennoch möglichst die Reserven der Konstruktion ausschöpfen. Neben den Lebensdauern, die sich für den Versuch und die Rechnung im Mittel ergeben, müssen dazu auch die z.T. erheblichen Streuungen, die sich bei beiden Nachweiswegen ergeben, berücksichtigt werden. Für das Nennspannungskonzept, bei dem ein lineares Übertragungsverhalten zwischen den äußeren Lasten und den inneren Beanspruchungsgrößen unterstellt wird, existiert mit der FKM-Richtlinie, [Renn 12], ein solches abgesichertes Berechnungskonzept. Durch die Beschränkung auf ein linear-elastisches Materialgesetz wird die Güte der Lebensdauerabschätzung allerdings gerade für hohe Lasten und niedrige Lebensdauern, bei denen plastische Verformungen dominieren oder zumindest nicht mehr zu vernachlässigen sind, zunehmend schlechter. Die Anwendung der FKM-Richtlinie ist daher erst ab einer Bauteillebensdauer von etwa 10^4 Lastwechseln anwendbar.

Ein Konzept, dass sich schon vom Ansatz her besonders für den Bereich kurzer Lebensdauern und hoher Beanspruchungsamplituden eignet, da es von einem elastisch-plastischen Materialverhalten ausgeht und damit auch hohe plastische Verformungen erfassen kann, ist das sogenannte Örtliche Konzept oder auch Kerbgrunddehnungskonzept, [Seeg 96], das in dieser Arbeit im Fokus stehen soll. Trotz des beschriebenen Potentials, ist das Örtliche Konzept bisher nicht systematisch mit dem Ziel untersucht worden, die Ergebnisse und Algorithmen statistisch abzusichern und einem breiten Anwenderkreis zur Verfügung zu stellen. Seine Anwendung ist damit bisher einigen Experten vorbehalten gewesen. Mit der Absicht, dieses zu ändern, ist im Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM) die Idee zum Forschungsprojekt *Rechnerischer Bauteilfestigkeitsnachweis unter expliziter Erfassung nichtlinearen Werkstoff-Verformungsverhaltens*

entstanden. Es hatte zum Ziel, das Örtliche Konzept in einer richtlinienkonformen Art und Weise zur Verfügung zu stellen. Ein Großteil der in dieser Arbeit dargestellten Ergebnisse ist während der Arbeit an diesem Projekt entstanden und wurde im zugehörigen Abschlussbericht dokumentiert, [Fied 15]. An einigen wesentlichen Punkten wurden die Ergebnisse jedoch über den Stand am Ende des Projektes hinaus erweitert. In der vorliegenden Arbeit wird auf den Abschlussbericht nur verwiesen, wenn die Arbeiten der anderen am Projekt beteiligten Forschungsstellen zitiert werden. Weiterhin wurden Teile dieser Arbeit bereits auf Tagungen und Seminaren vorgestellt, [Wäch 15a], [Wäch 15b] und [Wäch 16].

Im Fokus dieser Arbeit steht die Ermittlung der im Örtlichen Konzept verwendeten Festigkeitsfunktionen, der sogenannten Schädigungsparameterwöhlerlinien. Diese sind eng verbunden mit der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve und werden in der Regel aus diesen abgeleitet. Die beiden Kurven selbst können entweder experimentell in dehnungsgeregelten Versuchen ermittelt oder mit verschiedenen Ansätzen aus quasistatischen Kennwerten abgeschätzt werden.

Während das Vorgehen bei der experimentellen Ermittlung der mittleren Dehnungswöhlerlinie und der mittleren Spannungs-Dehnungs-Kurve weitgehend durch Standards und Normen geregelt ist, und weiterhin eine Reihe von Methoden zu deren Abschätzung entwickelt wurden, so wird die Streuung üblicherweise weder im Versuch noch bei der Abschätzung betrachtet. Dies lässt sich durch die in der Regel kleinen Stichprobenumfänge bei dehnungsgeregelten Versuchen erklären. Eine Angabe von Festigkeitskennwerten für das Örtliche Konzept, die niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten aufweisen, ist auf diese Weise nicht möglich.

Ziel der Arbeit ist es, die Ermittlung von Schädigungsparameterwöhlerlinien durch Versuch und Schätzung detailliert zu untersuchen und ingenieurmäßige, d.h. pragmatische Empfehlungen für deren Ableitung anzugeben. Weiterhin soll untersucht werden, wie sich Schädigungsparameterwöhlerlinien so modifizieren lassen, dass sie für niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten gelten, und sich für Lebensdauerabschätzungen mit konservativen Ergebnissen verwenden lassen. Dabei werden in dieser Arbeit die Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper P_{SWT} und nach Vormwald P_J für die Werkstoffgruppen Stahl und Aluminum betrachtet. Der P_{SWT} wurde ausgewählt, da er einer der verbreitetsten Schädigungsparameter ist, was sicherlich durch seine einfache Anwendbarkeit zu erklären ist. Der P_J hingegen basiert auf einem vergleichsweise komplexen Modell für den Rissfortschritt kurzer Risse und zeichnet sich besonders dadurch aus, dass mit ihm Reihenfolgeeffekte bei der Schadensakkumulation berücksichtigt werden können.

In Kapitel 3 werden zunächst die für das Verständnis der Arbeit notwendigen Grundlagen diskutiert. Das darauf folgende 4. Kapitel behandelt die für die Untersuchungen verwendete Datenbasis mit Ergebnissen aus dehnungsgeregelten Versuchen. Es folgen die Kapitel 5 und 6, die sich mit der experimentellen Ermittlung von zyklischen Kennwerten und Schädigungsparameterwöhlerlinien auseinandersetzen. Für die Abschätzung zyklischer Kennwerte existiert eine Reihe von Methoden, die auf einfachen Korrelationen zwischen quasistatischen und zyklischen Kennwerten basieren. Diese in dieser Arbeit als konventionelle Methoden bezeichneten Ansätze werden in Kapitel 7 genauer untersucht. Um komplexe Zusammenhänge auch zwischen mehreren Größen zu erkennen und zu nutzen, eignen sich sogenannte Künstliche Neuronale Netze. Welches Potenzial diese bei der Abschätzung zyklischer Kennwerte bergen, wird in Kapitel 8 untersucht. Im folgenden 9. Kapitel wird auf die geschätzten Schädigungsparameterwöhlerlinien eingegangen.

Einige der betrachteten Vorgehensweisen zur Ermittlung von Schädigungsparameterwöhlerlinien führen zu nicht erwartungstreuen Ergebnissen. Auf der einen Seite wird untersucht, wie die Erwartungstreue wiederhergestellt werden kann, und auf der anderen Seite wie eine Umbewertung der P -Wöhlerlinien auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 2,5% erfolgen kann, Kapitel 10 und 11.

2. Zusammenfassung und Fazit

Schädigungsparameterwöhlerlinien (P -Wöhlerlinien) für die Schädigungsparameter P_{SWT} und P_J können entweder experimentell mit dehnungsgeregelten Versuchen an ungekerbten Werkstoffproben ermittelt oder aus quasistatischen Festigkeitskennwerten abgeschätzt werden. In beiden Fällen werden Möglichkeiten untersucht, zunächst die zyklischen Kennwerte abzuleiten und mit diesen auf die P -Wöhlerlinie zu schließen oder aber diese direkt zu ermitteln, *Abbildung 2.1*.

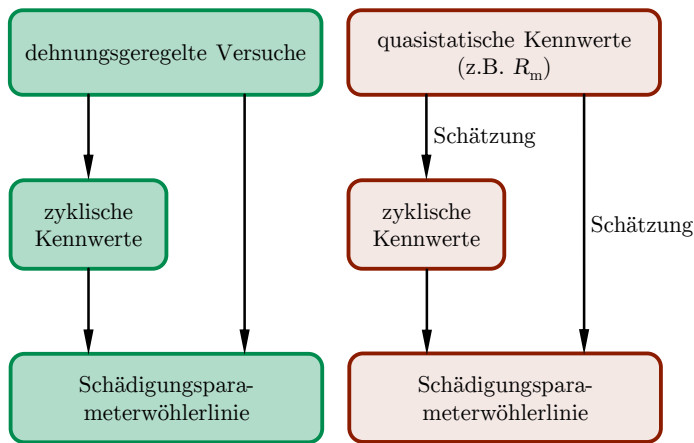


Abbildung 2.1.: Möglichkeiten der Ermittlung von Schädigungsparameterwöhlerlinien durch Versuch (links) oder Schätzung (rechts)

Auch wenn die P -Wöhlerlinie direkt, d.h. ohne den Umweg über die zyklischen Kennwerte, ermittelt werden, dürfen die zyklischen Kennwerte nicht außer Acht gelassen werden, da das zyklische Spannungs-Dehnungs-Diagramm in jedem Fall für die Anwendung des Örtlichen Konzepts notwendig ist.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen sind auf Versuchsergebnisse aus dehnungsgeregelten Einstufenversuchen an glatten Werkstoffproben angewiesen. Hierfür wird eine große Datenbasis mit Versuchsergebnissen aus der Literatur zusammengetragen. Neben den Ergebnissen der Schwingversuche sind ebenfalls quasistatische Werkstoffkennwerte zu denselben Werkstoffen vorhanden. Sie enthält etwa 1.300 Versuchsreihen mit 10.800 Einzelversuchen für

die Werkstoffgruppe Stahl sowie 157 Versuchsreihen mit etwa 1.700 Einzelversuchen für die Werkstoffgruppe Aluminium.

Experimentelle Ermittlung

Zyklische Werkstoffkennwerte

Für die Durchführung und Auswertung von Versuchen zur Ermittlung zyklischer Werkstoffkennwerte existieren Empfehlungen in verschiedenen nationalen und internationalen Regelwerken. Die Informationen aus den verschiedenen Quellen werden zusammengetragen und verglichen. Drei mögliche Regressionsmethoden zur Ermittlung der zyklischen Kennwerte werden zum einen anhand der Versuchsergebnisse in der Werkstoffdatenbank und zum anderen mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen auf ihre Güte hin untersucht. Es stellt sich heraus, dass die getrennte Regression des elastischen und plastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie, bei der die Abstandsquadrate in Schwingspielzahlrichtung minimiert werden, zu geringfügig besseren Ergebnissen beim Abgleich mit den Einzelversuchsergebnissen führt. Es ist dabei weitgehend unerheblich, ob bei der Auswertung ein im Versuch ermittelter E-Modul oder ein werkstoffgruppenabhängiger verwendet wird. Für die Auswertung dehnungsgeordneter Versuche wird daher empfohlen, werkstoffgruppenabhängige E-Moduln von 206 GPa für Stahl und 70 GPa für Aluminium zu verwenden. Dieses Vorgehen ist auf der einen Seite in der Anwendung einfacher, da der konkrete E-Modul nicht bekannt sein muss, und führt auf der anderen Seite zu vergleichbaren Ergebnissen.

P-Wöhlerlinien

Die Ermittlung der P -Wöhlerlinien kann entweder anhand der zyklischen Kennwerte erfolgen oder aber durch Regression der Einzelversuchsergebnisse, mit denen auch die zyklischen Kennwerte ermittelt wurden. Für den P_{SWT} wird ein Maximum-Likelihood-Algorithmus vorgestellt, mit dem die Anpassung der Wöhlerlinienparameter an die Versuchsergebnisse vorgenommen werden kann. Beim P_J wird hierfür eine einfache lineare Regression durchgeführt. Für die Ableitung der P -Wöhlerlinie aus den zyklischen Werkstoffkennwerten werden für beide Schädigungsparameter verschiedene Möglichkeiten untersucht und Parameter wie Stützstellen und Wöhlerlinienneigungen festgelegt, die zu den besten Ergebnissen führen. Es zeigt sich, mit leichten Unterschieden in den Werkstoffgruppen Stahl ohne GS, Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen, dass die direkte Auswertung der Einzelversuche zu den kleinsten Streuungen um die mittleren P -Wöhlerlinien führt.

Je nach verwendeter Auswertemethode sind die so ermittelten P -Wöhlerlinien

nicht erwartungstreu. Für die Wiederherstellung der Erwartungstreue werden Faktoren ermittelt, mit denen die P -Wöhlerlinien entweder in Lastrichtung oder in Schwingspielzahlrichtung so verschoben werden können, dass sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 50\%$ ergibt.

Weiterhin werden Faktoren ermittelt, die die werkstoffgruppenabhängige Streuung berücksichtigen und mit denen die P -Wöhlerlinien auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ verschoben werden können.

Schätzung aus quasistatischen Werkstoffkennwerten

Zyklische Werkstoffkennwerte

Für die Abschätzung zyklischer Kennwerte liegen in der Literatur verschiedene Abschätzmethoden vor. Diese werden zusammengetragen, einheitlich dargestellt und die Treffsicherheit der Methoden wird anhand der Werkstoffdatenbank überprüft. Es zeigt sich, dass für Stahl das Uniform Material Law die besten Ergebnisse liefert und für Aluminium die Method of universal Slopes am besten geeignet ist. Für Stahlfeinbleche liefern die Method of Variable Slopes 2006 oder das Uniform Material Law + sehr gute Ergebnisse.

Anhand von Korrelationsuntersuchungen zwischen der Zugfestigkeit und den zyklischen Werkstoffkennwerten wird die FKM-Methode entwickelt, mit der es für Stahl ohne GS, Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen möglich ist, die zyklischen Kennwerte allein mithilfe der Zugfestigkeit abzuschätzen. Die Güte der Schätzung im Vergleich zu den bekannten Methoden wird dabei verbessert. Werden neben der Zugfestigkeit auch die Fließgrenze und die Bruchdehnung mit berücksichtigt, kann die Güte der Schätzung mit der FKM^+ -Methode zusätzlich leicht verbessert werden.

Das Potenzial, das Künstliche Neuronale Netze bei der Abschätzung haben können, wird ebenfalls untersucht. Dabei werden wie bei der FKM^+ -Methode Zugfestigkeit, Fließgrenze und Bruchdehnung als Ausgangswerte verwendet. Es zeigt sich, dass eine direkte Abschätzung der zyklischen Kennwerte nicht zu akzeptablen Genauigkeiten führt. Die Abschätzung von Schwingspielzahlen und Spannungsamplituden für verschiedene Dehnungsamplituden ist die bessere Wahl. Aus diesen so geschätzten Werten können dann über eine Regression die zyklischen Kennwerte berechnet werden. Die FKM^+ -Methode und die Künstlichen Neuronalen Netze werden lediglich für Stahl ohne GS abgeleitet bzw. untersucht, da die Datenlage für Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen nicht ausreichend ist.

P-Wöhlerlinien

Bei der Schätzung der P -Wöhlerlinien wird zum einen untersucht, wie diese aus geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleitet werden können und zum anderen, ob eine direkte Abschätzung der Wöhlerlinienparameter mithilfe der Zugfestigkeit möglich ist. Sofern lediglich die Zugfestigkeit für die Schätzung zur Verfügung steht, schneidet die direkte Abschätzung der Wöhlerlinienparameter je nach Werkstoffgruppe etwas schlechter oder besser ab, als die Ableitung aus den mit der FKM-Methode geschätzten zyklischen Kennwerten. Die direkte Abschätzung überzeugt jedoch durch die einfachere Anwendung.

Werden die Künstlichen Neuronale Netze oder die FKM⁺-Methode mit der Zugfestigkeit, der Fließgrenze und der Bruchdehnung zur Abschätzung der zyklischen Kennwerte verwendet, sollten die P -Wöhlerlinien aus diesen geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleitet und nicht direkt geschätzt werden, da bei diesem Vorgehen die Güte beachtlich größer ist.

Ähnlich wie für die experimentell ermittelten werden auch für die geschätzten Wöhlerlinien Faktoren zur Mittelwertkorrektur und zur Umbewertung auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ angegeben.

3. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen zum Verständnis dieser Arbeit in zusammenfassender Form dargestellt. Hierzu zählen zunächst die zyklischen Werkstoffkennwerte. Es schließt sich ein Abschnitt zur Lebensdauerabschätzung mit dem Örtlichen Konzept und verschiedenen Schädigungsparametern an, in dem der Fokus auf den in dieser Arbeit betrachteten Schädigungsparametern P_{SWT} und P_J liegt. Die grundlegenden, in dieser Arbeit verwendeten, statistischen Werkzeuge und Größen werden zum Abschluss des Kapitels erläutert.

3.1. Zyklische Werkstoffkennwerte

Unter zyklischen Werkstoffkennwerten werden die Kennwerte verstanden, die zur Beschreibung der sogenannten Dehnungswöhlerlinie (DWL) und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve (SDK) verwendet werden. Die Dehnungswöhlerlinie stellt den Zusammenhang zwischen der Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,\text{ges}}$ und der ertragbaren Anrisssschwingspielzahl N dar, *Abbildung 3.1*. Sie wird üblicherweise doppellogarithmisch dargestellt und durch den Ansatz von Coffin, [Coff 54], und Manson, [Mans 65], durch *Gleichung 3.1* beschrieben.

$$\varepsilon_{a,\text{ges}} = \varepsilon_{a,\text{el}} + \varepsilon_{a,\text{pl}} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N)^c \quad (3.1)$$

$\varepsilon_{a,\text{el}}$	elastischer Anteil der Dehnungsamplitude
$\varepsilon_{a,\text{pl}}$	plastischer Anteil der Dehnungsamplitude
σ'_f	zyklischer Schwingfestigkeitskoeffizient
ε'_f	zyklischer Duktilitätskoeffizient
b	zyklischer Schwingfestigkeitsexponent
c	zyklischer Duktilitätsexponent
E	Elastizitätsmodul

Die Größen b und c sind die Neigungen der beiden Wöhlerlinien für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil. Die Koeffizienten $\frac{\sigma'_f}{E}$ und ε'_f sind die Stützstellen der Wöhlerlinien bei einer Schwingenspielzahl von $N = 0,5$. Die Gesamtdehnungswöhlerlinie ergibt sich aus der Addition des elastischen und plastischen Dehnungsanteils. Beide Dehnungsanteile für sich genommen, folgen einem Potenzansatz und erscheinen daher bei doppellogarithmischer Auftragung jeweils als Gerade. Wird die Wöhlerlinie für den elastischen Dehnungsanteil, *Gleichung 3.2*, mit dem E-Modul multipliziert, ergibt sich die Spannungswöh-

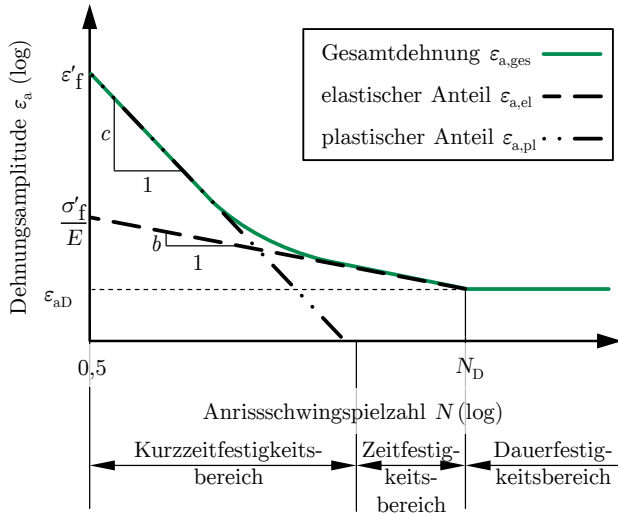


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung der Dehnungswöhlerlinie

lerlinie, Gleichung 3.3.

$$\varepsilon_{a,el} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N)^b \quad (3.2)$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N)^b \quad (3.3)$$

Die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve stellt den Zusammenhang zwischen der Gesamtdehnungsamplitude und der Spannungsamplitude dar, *Abbildung 3.2*, und gibt damit Auskunft über das Verformungsverhalten des Werkstoffs. Die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve wird üblicherweise durch die nach Ramberg und Osgood, [Ramb 43], benannte Gleichung beschrieben, Gleichung 3.4.

$$\varepsilon_{a,ges} = \varepsilon_{a,el} + \varepsilon_{a,pl} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.4)$$

- σ_a Spannungsamplitude
- K' zyklischer Festigkeitskoeffizient
- n' zyklischer Verfestigungsexponent

In einigen Fällen wird im Zusammenhang mit der zyklischen Spannungs-Dehn-

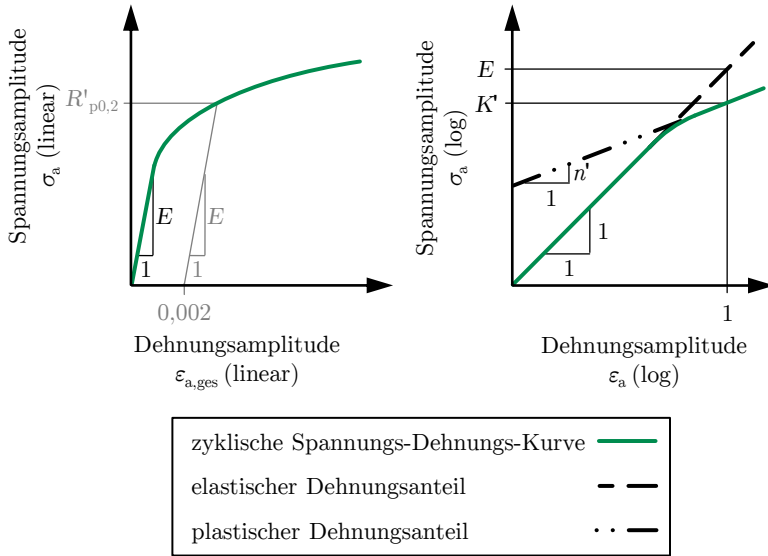


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellungen der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve

ungs-Kurve die zyklische Dehngrenze $R'_{p0,2}$ verwendet. Diese ist analog zur 0,2%-Ersatzstreckgrenze bei der quasistatischen Spannungs-Dehnungs-Kurve definiert. Sie stellt die Spannung bei einem plastischen Dehnungsanteil von 0,2% dar, *Abbildung 3.2*, und kann mithilfe des zyklischen Verfestigungsexponenten und Festigkeitskoeffizienten berechnet werden, *Gleichung 3.5*.

$$R'_{p0,2} = K' \cdot 0,002^{n'} \quad (3.5)$$

Beide Kennlinien, Dehnungswöhlerlinie und zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, werden üblicherweise anhand von dehnungsgeregelten Einstufenversuchen bei einem Dehnungsverhältnis von $R_\epsilon = \epsilon_u / \epsilon_o = -1$ (d.h. Mitteldehnung $\epsilon_m = 0$) an ungekerbten Werkstoffproben ermittelt. Wird die Spannung im Prüfquerschnitt während des Versuches aufgezeichnet, können beide Kennlinien durch Regression dieser Einzelversuchsergebnisse ermittelt werden, siehe hierzu auch Kapitel 5.

Die Parameter von Dehnungswöhlerlinie und zyklischer Spannungs-Dehnungs-

Kurve sind nicht unabhängig voneinander. Sie hängen über die sogenannten Kompatibilitätsbedingungen zusammen, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*, [Seeg 96].

$$n' = \frac{b}{c} \quad (3.6)$$

$$K' = \frac{\sigma'_f}{\varepsilon'^{n'}_f} \quad (3.7)$$

Die Beschreibung des zyklischen Werkstoffverhaltens durch den Ansatz nach Coffin und Manson sowie nach Ramberg und Osgood ist am weitesten verbreitet und wird auch in dieser Arbeit verwendet. Für Modifikationen dieser Ansätze wurden allerdings Vorschläge erarbeitet. Klee führt beispielsweise Modifikationen des plastischen Dehnungsanteils der Wöhlerlinie für den Langzeitfestigkeitsbereich ein, [Klee 73]. Fatemi et al. sowie Wagener hingegen versuchen das Verhalten von Aluminiumwerkstoffen mit bilinearen bzw. trilinearen Ansätzen für den elastischen Anteil der Dehnungswöhlerlinie besser abzubilden, [Fate 05], [Wage 07].

Eine alternative Beschreibung für die Coffin-Manson-Gleichung mit variablen Stützstellen (also nicht bei $N = 0,5$) für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil geht auf Hatscher zurück, [Hats 04], *Gleichung 3.8*, *Abbildung 3.3*.

$$\varepsilon_{a,ges} = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(\frac{N}{N_{0\sigma}} \right)^b + \varepsilon_{p0} \cdot \left(\frac{N}{N_{0\varepsilon p}} \right)^c \quad (3.8)$$

Dabei ist σ_0/E der Wert des elastischen Dehnungsanteils bei der Schwingspielzahl $N_{0\sigma}$ und ε_{p0} der Wert des plastischen Dehnungsanteils bei der Schwingspielzahl $N_{0\varepsilon p}$. Die Darstellungsform nach Hatscher ist gleichwertig mit der konventionellen Darstellung nach *Gleichung 3.1*. Sinnvoll ist die Notation nach Hatscher vor allem beim Vergleich bzw. der Anwendung unterschiedlicher Abschätzmethode für zyklische Kennwerte, Kapitel 7. Die zyklischen Kennwerte in der Notation von Hatscher können mithilfe von *Gleichung 3.9* und *Gleichung 3.10* in die konventionellen zyklischen Kennwerte σ'_f und ε'_f umgerechnet werden. Die Neigungen b und c in beiden Darstellungsformen sind identisch.

$$\sigma'_f = \sigma_0 \cdot \left(\frac{0,5}{N_{0\sigma}} \right)^b \quad (3.9)$$

$$\varepsilon'_f = \varepsilon_{p0} \cdot \left(\frac{0,5}{N_{0\varepsilon p}} \right)^c \quad (3.10)$$

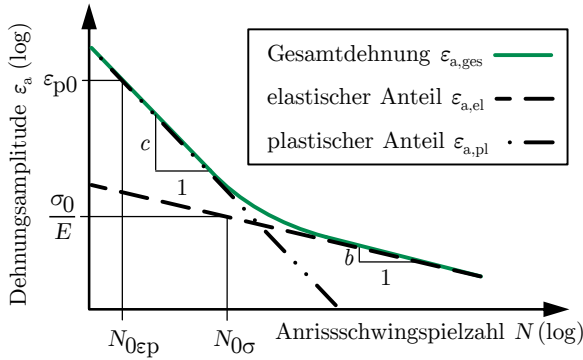


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung der Dehnungswöhlerlinie für den Kurzzeit- und Zeitfestigkeitsbereich in der Darstellung nach Hatscher

Zur Bestimmung des zyklischen Festigkeitskoeffizienten K' aus der Kompatibilität muss Gleichung 3.7 angepasst werden:

$$K' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_{p0}^{n'}} \cdot \left(\frac{N_{0\varepsilon p}}{N_{0\sigma}} \right)^b \quad (3.11)$$

3.2. Örtliches Konzept und Schädigungsparameter

Zur rechnerischen Abschätzung der Lebensdauer von Bauteilen unter einstufiger oder variabler Amplitude wurden verschiedene Konzepte entwickelt, [Rada 07]: Nennspannungs-, Strukturspannungs-, Kerbspannungs-, Kerbdehnungs- und Rissfortschrittskonzept.

Das Kerbdehnungskonzept soll von diesen im Folgenden genauer erläutert werden, da die in dieser Arbeit betrachteten zyklischen Kennwerte und Schädigungsparameterwöhlerlinien für die Lebensdauerabschätzung mit diesem Konzept benötigt werden. Für detaillierte Betrachtungen der anderen Konzepte wird auf die Literatur verwiesen, z.B. [Haib 06], [Rada 06], [Rada 07].

Das Kerbdehnungskonzept wird auch als Kerbgrundkonzept oder einfach als Örtliches Konzept, [Seeg 96], bezeichnet. Letztere Bezeichnung wird auch in dieser Arbeit verwendet. Es sei allerdings darauf hingewiesen, dass auch die anderen oben genannten Konzepte - mit Ausnahme des Nenn- und Strukturspannungskonzeptes (das als Grenzfall angesehen werden kann, [Rada 06]) -

als örtliche Konzepte bezeichnet werden können. Dies ist darin begründet, dass in diesen Konzepten das örtlich begrenzte Beanspruchungsfeld an der höchst beanspruchten bzw. als kritisch erachteten Stelle (im Rissfortschrittskonzept ist dieses die Rissspitze) betrachtet wird.

3.2.1. Lebensdauerabschätzung mit dem Örtlichen Konzept

Das Örtliche Konzept geht davon aus, dass die Lebensdauer eines gekerbten Bauteiles mit der einer ungekerbten Probe desselben Werkstoffes vergleichbar ist, sofern der örtliche Spannungs-Dehnungs-Zustand an der kritischen Stelle des Bauteils mit dem der ungekerbten Probe übereinstimmt. Zur Charakterisierung des örtlichen Spannungs-Dehnungs-Zustandes werden sogenannte Schädigungsparameter P verwendet. Mit dem Örtlichen Konzept sind Lebensdauerabschätzungen bis zur Bildung eines technischen Anrisses möglich.

Das grundlegende Vorgehen bei der Berechnung ist in *Abbildung 3.4* schematisch dargestellt. Zu Beginn der Berechnung wird die Fließkurve für die kritische Stelle des Bauteils bestimmt. Sie ist abhängig von der Bauteilgeometrie sowie von der Art und Richtung der äußeren Last L und enthält den Zusammenhang zwischen der Höhe von L und der örtlichen, elastisch-plastischen Dehnung ε . Zur Bestimmung des L - ε -Zusammenhangs kommen Näherungsverfahren, z.B. nach Neuber, [Neub 61], oder Seeger und Beste, [Seeg 77], zum Einsatz. Alternativ kann die Bauteilfließkurve auch mit Finite-Element-Rechnungen mit elastisch-plastischem Materialmodell bestimmt werden.

Liegt die L - ε -Beziehung vor, so kann unter Zuhilfenahme der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve, des Masing-Verhaltens, [Masi 26], und der verschiedenen Formen des Werkstoffgedächtnisses, [Clor 86], die Lastfolge $L(t)$ punktweise abgearbeitet und die zugehörigen örtlichen Spannungen und Dehnungen bestimmt werden. Masing-Verhalten bedeutet, dass die Form eines Hystereseschleifenastes der bezüglich der Spannungs- und Dehnungswerte verdoppelten Erstbelastungskurve entspricht. Durch die Regeln des Werkstoffgedächtnisses wird beschrieben, wie die Spannungs-Dehnungs-Pfade nach dem Schließen einer Hysterese fortgesetzt werden, bzw. wann die Spannungs-Dehnungspfade der Erstbelastungskurve und wann der verdoppelten Kurve folgen. Clormann und Seeger entwickeln einen Rainflow-Algorithmus, mit dem sich aus der Lastfolge $L(t)$ die geschlossenen Hysteresen entnehmen lassen, [Clor 86]. Sind die Hysteresen mit den zugehörigen Spannungs- und Dehnungswerten an den Umkehrpunkten $(\sigma_o, \sigma_u, \varepsilon_o, \varepsilon_u)$ bekannt, so kann für jede Hysterese ein sogenannter Schädigungsparameter P berechnet werden. Die Schädigungsparameter aller Hysteresen der Lastfolge bilden das Schädigungsparameter-Kollektiv. Die Äste der Lastfolge, die nicht zu geschlossenen Hysteresen führen, verbleiben im

sogenannten Residuum und sind bei der späteren Schadensakkumulation ggf. gesondert zu bewerten.

Zur Beschreibung der für die Schadensakkumulation notwendigen Festigkeitsfunktion wird aus der Dehnungswöhlerlinie eine sogenannte Schädigungsparameterwöhlerlinie abgeleitet. Verschiedene Einflüsse auf die Bauteillebensdauer wie Stützwirkungseffekte aufgrund inhomogener Spannungsverteilungen, [Sieb 55] oder [Liu 01], sowie der Einfluss der Oberflächenrauigkeit, [Sieb 56], können beispielsweise berücksichtigt werden, indem die Schädigungsparameterwöhlerlinie angepasst wird, [Boll 88], [Holl 04], [Fied 15].

Ggf. unter Zuhilfenahme einer geeigneten Modifikation, [Haib 06], [Haib 70], der Palmgren-Miner-Regel, [Palm 24] und [Mine 45], wird mit dem Schädigungsparameter-Kollektiv eine lineare Schadensakkumulation durchgeführt. So kann abgeschätzt werden, wie oft die vorgegebenen Lastfolge durchlaufen werden kann, bis das rechnerische Versagen des Bauteils, der technische Anriss, eintritt.

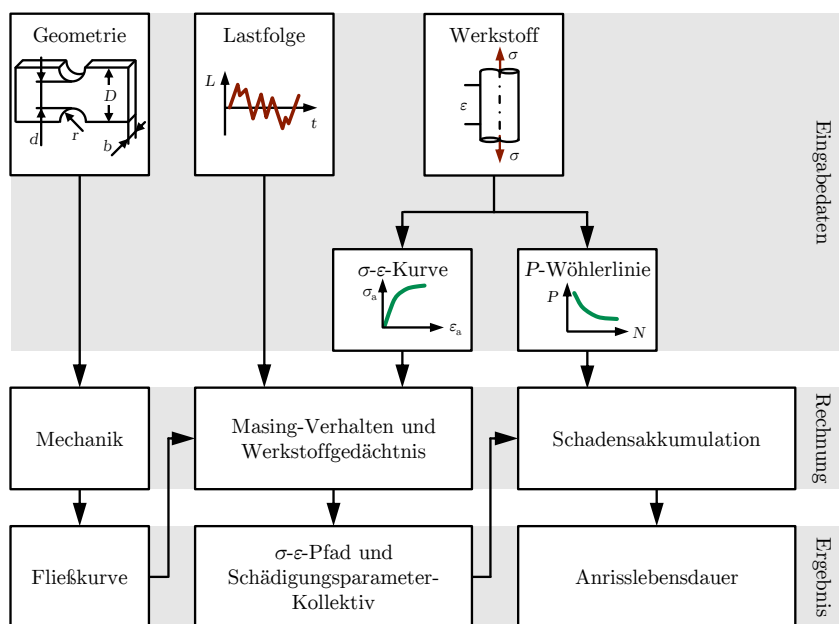


Abbildung 3.4.: Prinzipieller Ablauf der Lebensdauerabschätzung mit dem Örtlichen Konzept

3.2.2. Schädigungsparameter im Örtlichen Konzept

Den Schädigungsparametern im Örtlichen Konzept kommt die Aufgabe zu, den schädigungsrelevanten Beanspruchungszustand für eine geschlossenen Hysteresis möglichst gut zu erfassen. Der denkbar einfachste Schädigungsparameter ist die örtliche Dehnungsamplitude ε_a mit der Dehnungswöhlerlinie als zugehörige Festigkeitsfunktion.

Um den Einfluss einer der Schwingung überlagerten Mittelspannung zu berücksichtigen, entwickeln Smith, Watson und Topper den Schädigungsparameter P_{SWT} , Gleichung 3.12, [Smit 70].

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (3.12)$$

Dabei kann der Term $(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a$ als äquivalent zur Formänderungsenergie-dichte, s. Abbildung 3.5, aufgefasst werden, [Rada 07].

Die Schädigungsparameterwöhlerlinie für den P_{SWT} wird aus der Dehnungswöhlerlinie abgeleitet, indem in Gleichung 3.12 für $\sigma_m = 0$ und für σ_a bzw. ε_a die Spannungswöhlerlinie, Gleichung 3.3, bzw. die Dehnungswöhlerlinie, Gleichung 3.1, eingesetzt wird. Nach wenigen Umformungen ergibt sich Gleichung 3.13.

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2N)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2N)^{b+c}} \quad (3.13)$$

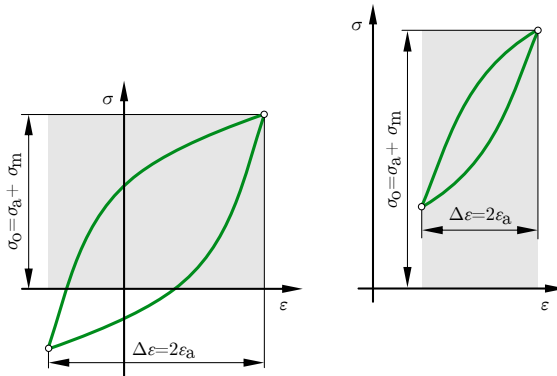


Abbildung 3.5.: Hysteresen unterschiedlicher Größe und Lagen. Die grauen Flächen verhalten sich proportional zu den durch den Schädigungsparameter P_{SWT} zugewiesenen Formänderungsenergie-dichten.

Die P_{SWT} -Wöhlerlinie kann alternativ auch mithilfe der Notation für die zyklischen Kennwerte nach Hatscher, [Hats 04], formuliert werden, *Gleichung 3.14*.

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma_0^2 \cdot \left(\frac{N}{N_{0\sigma}} \right)^{2b} + \sigma_0 \cdot \varepsilon_{p0} \cdot E \cdot \frac{N^{b+c}}{N_{0\sigma}^b \cdot N_{0\varepsilon p}^c}} \quad (3.14)$$

Der Schädigungsparameter P_{SWT} kann den bei höherfesten Werkstoffen stark ausgeprägten Mittelspannungseinfluss nicht realitätsgetreu abbilden, [Haib 06]. Auch ein unterschiedlich starker Einfluss der Mittelspannung im Zug- und Druckbereich lässt sich mit ihm nicht berücksichtigen. Um für dieses Problem Abhilfe zu schaffen, führt Bergmann eine Modifikation des P_{SWT} ein, [Berg 83], bei der der Mittelspannungseinfluss getrennt für den Zug- und Druckbereich durch den Faktor a_p an einen bestimmten Werkstoff angepasst werden kann, *Gleichung 3.15*.

$$P_B = \sqrt{(\sigma_a + a_p \cdot \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (3.15)$$

mit

$$a_p = \begin{cases} a_{pZ} & \text{für } \sigma_m \geq 0 \\ a_{pD} & \text{für } \sigma_m < 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

In [Fied 15] schließlich wird eine Variante vorgeschlagen, mit der die aus dem Nennspannungskonzept bekannte Mittelspannungsempfindlichkeit M , nach Schütz, [Schü 75], [Renn 12], im Ansatz von Bergmann berücksichtigt werden kann.

Auch Nihei und andere entwickeln einen Parameter, mit dem individuelle Anpassungen des Mittelspannungseinflusses möglich sind, [Nihe 86]. Bei diesem wird der Exponent γ zur Berücksichtigung des Mittelspannungseinflusses verwendet, *Gleichung 3.17*. R ist dabei das Spannungsverhältnis.

$$P_{\text{eff}} = \sqrt{\sigma_a^\gamma + (\sigma_a + \sigma_m)^{1-\gamma} \cdot \varepsilon_a \cdot E} = \sqrt{\sigma_a \cdot \left(\frac{1-R}{2} \right)^{1-\gamma} \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (3.17)$$

Hanschmann erweitert die Schadensakkumulation für den P_{SWT} und ist so in der Lage, Reihenfolgeeffekte zu berücksichtigen, die von großen Schwingspielen ausgelöst werden und einen Einfluss auf den Schädigungsbeitrag der folgenden kleineren Schwingspiele haben, [Hans 81]. Hierzu wird zunächst schwingspielweise die Schädigung berechnet, die sich mithilfe der P_{SWT} -Wöhlerlinie ergibt. Zu dieser Teilschädigung wird eine Zusatzschädigung aus dem Reihenfolgeeffekt addiert, die immer kleiner wird, je mehr kleinere Schwingspiele auf das große, den Reihenfolgeeffekt auslösende Schwingspiel folgen.

Alle aufgeführten Modifikationen des P_{SWT} verwenden die originale Form der P_{SWT} -Wöhlerlinie, sodass die in dieser Arbeit getroffenen Aussagen auch für

Lebensdauerabschätzungen mit den modifizierten Schädigungsparametern gelten.

Die Grundlage für eine andere Art von bruchmechanisch basierten Schädigungsparametern wird von Haibach und Lehrke vorgestellt, [Haib 76]. Sie gehen davon aus, dass ein kleiner Riss von Anfang an im Bauteil vorhanden ist. Ein Rissfortschritt und damit ein Schädigungsbeitrag kann nur auftreten, wenn der Riss geöffnet ist, die Rissufer sich also nicht berühren. Die Dehnung, bei der der Riss sich öffnet, wird dabei durch das größte in der Vorgeschichte der betrachteten Hysterese vorkommende Schwingspiel festgelegt.

Während Haibach und Lehrke nur die prinzipielle Vorstellung eines vorhandenen Risses für ihren Schädigungsparameter zugrunde legen, führt Heitmann einen auf dem zyklischen J -Integral basierenden Schädigungsparameter ein, [Heit 83]. Dieser beschreibt das Spannungs-Dehnungs-Feld im Bereich der Riss Spitze, wobei er unabhängig von der Risslänge ist. Auf diese Weise wird der durch die Last verursachte Einfluss auf den Rissfortschritt zur Schädigungsbewertung herangezogen. Heitmann berücksichtigt unterschiedlich große Mittelspannungen, indem zur Berechnung des elastischen Teils des J -Integrals an Stelle der Schwingweite der Spannung lediglich der Anteil des Schwingspiels berücksichtigt wird, in dem der Riss geöffnet ist. Die Abschätzung dieser effektive Schwingweite erfolgt durch Heitmann lediglich mithilfe des Spannungsverhältnisses R . Zur Beschreibung der Schädigungsparameterwöhlerlinie wird eine Potenzfunktion für den gesamten Lebensdauerbereich verwendet. Dies entspricht der elementaren Modifikation der Miner-Regel, sodass Schwingspielen unterhalb der Dauerfestigkeit in jedem Fall eine Schädigung zugewiesen wird.

Vormwald entwickelt die Idee von Heitmann zum Schädigungsparameter P_J weiter, der ebenfalls über das zyklische J -Integral definiert ist, [Vorm 89].

$$P_J = 1,24 \cdot \frac{\Delta\sigma_{\text{eff}}^2}{E} + \frac{1,02}{\sqrt{n'}} \cdot \Delta\sigma_{\text{eff}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{p,eff}} \quad (3.18)$$

Die Effektivwerte für Spannung und Dehnung sind dabei (vergleiche Abbildung 3.6):

$$\Delta\sigma_{\text{eff}} = \sigma_o - \sigma_{\text{cl}} \quad (3.19)$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{p,eff}} = \Delta\varepsilon_{\text{eff}} - \frac{\Delta\sigma_{\text{eff}}}{E} \quad (3.20)$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_o - \varepsilon_{\text{cl}} \quad (3.21)$$

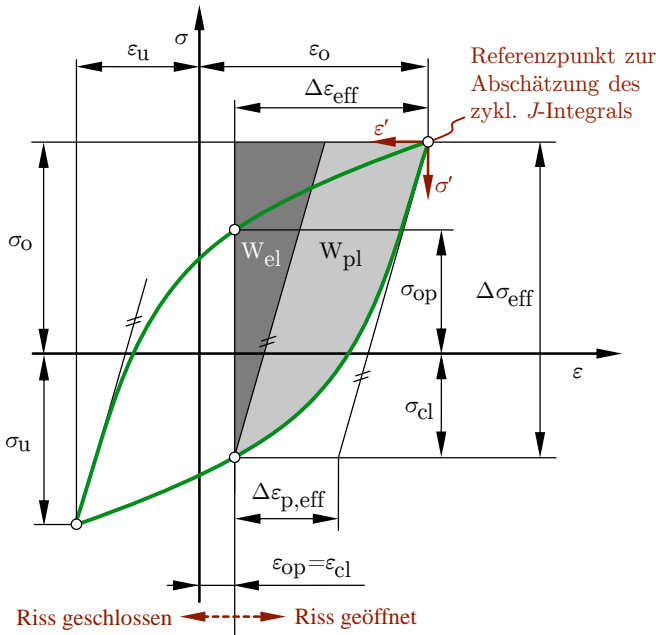


Abbildung 3.6.: Hysterese und die zur Berechnung des P_J benötigten Größen. (Die durch das zyklische J -Integral abgeschätzten Arbeitsanteile sind grau eingefärbt.)

Die Risschließspannung σ_{cl} bzw. -dehnung ε_{cl} werden schwingspielweise berechnet und sind abhängig von der Lastvorgeschichte. Der Ansatz von Vormwald ist damit im Gegensatz zum Vorschlag von Heitmann in der Lage, auch die Reihenfolgeeffekte, die sich durch das Aufeinanderfolgen verschieden großer Schwingenspiele ergeben, zu berücksichtigen. Weiterhin berücksichtigt das Modell eine allmähliche Absenkung der Dauerfestigkeit bei fortschreitender Schädigung. Dies entspricht der konsequenten Modifikation der Miner-Regel.

Anhand von Gleichung 3.18 wird deutlich, dass im Gegensatz zum P_{SWT} für die Berechnung des P_J die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve bekannt sein muss, da der zyklische Verfestigungsexponent n' in die Berechnung eingeht.

Für die genaue Berechnung der P_J -Werte bei variabler Amplitude und den Ablauf bei der Lebensdauerberechnung wird auf [Vorm 89] oder [Haib 06] verwiesen.

Die P_J -Wöhlerlinie folgt *Gleichung 3.22*, zeigt also einen linearen Verlauf in doppellogarithmischer Auftragung.

$$P_J^{m_J} \cdot N = Q \quad (3.22)$$

Q Lageparameter der P_J -Wöhlerlinie
 m_J Exponent der P_J -Wöhlerlinie

Ab Erreichen der P_J -Dauerfestigkeit $P_{J,D,0}$ verläuft die Wöhlerlinie horizontal. Die P_J -Wöhlerlinie wird mit denselben Versuchen bestimmt, wie auch die zyklischen Kennwerte. Aus den Spannungs- und Dehnungswerten der Einzelversuche werden die P_J -Werte berechnet. Zusammen mit den im Versuch ermittelten Anrisschwingungspielzahlen N wird eine Regression durchgeführt, mit der sich die Parameter m und Q ergeben.

Die für die Regression benötigten P_J -Werte sind, wie im Folgenden dargestellt, zu bestimmen, [Vorm 89]. Es sei darauf hingewiesen, dass dieses Vorgehen lediglich für den Sonderfall einstufiger Beanspruchung gilt. Nur dieser wird für die Betrachtungen in dieser Arbeit benötigt. Für den Fall variabler Beanspruchung sei auf [Vorm 89] verwiesen.

1. Festlegung der rechnerischen Fließspannung σ_F mithilfe der zyklischen Dehngrenze (auch an dieser Stelle wird die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve benötigt, *Gleichung 3.5*) und der Zugfestigkeit:

$$\sigma_F = 0,5 \cdot (R'_{p0,2} + R_m) \quad (3.23)$$

2. Berechnen der Rissöffnungsspannung (für $R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} = -1$):

$$\sigma_{op} = \sigma_o \left(0,535 \cos \frac{\pi \cdot \sigma_o}{2 \cdot \sigma_F} - 0,344 \cdot \frac{\sigma_o}{\sigma_F} \right) \quad (3.24)$$

3. Berechnung von Rissöffnungs- und Risssschließdehnung:

$$\varepsilon_{op} = \varepsilon_{cl} = \varepsilon_u + \frac{\sigma_{op} - \sigma_u}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\sigma_{op} - \sigma_u}{2 \cdot K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.25)$$

4. Berechnung der Risssschließspannung durch iteratives Lösen der folgenden Gleichung:

$$\varepsilon_o - \varepsilon_{cl} = \frac{\sigma_o - \sigma_{cl}}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\sigma_o - \sigma_{cl}}{2 \cdot K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.26)$$

5. Berechnung des P_J -Wertes mit *Gleichung 3.18* bis *Gleichung 3.21*

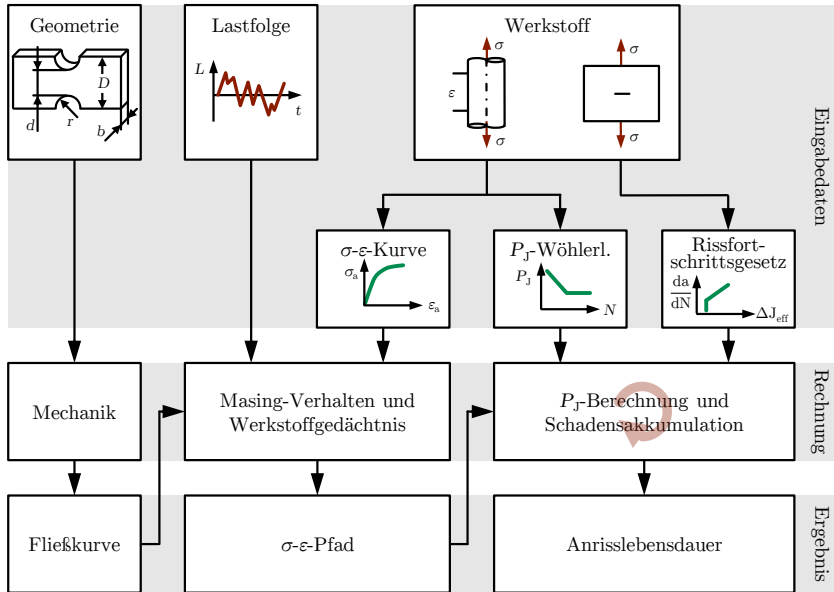


Abbildung 3.7.: Ablauf der Lebensdauerabschätzung mit dem Schädigungsparameter P_J , in Anlehnung an [Vorm 89]

Das Rissfortschrittsgesetz ist laut Vormwald entweder in Rissfortschrittsversuchen zu bestimmen oder kann anhand des E-Moduls mit einer in [Vorm 89] angegebenen einfachen Methode abgeschätzt werden.

Die wichtigsten Unterschiede, die sich bei der Anwendung des P_J im Örtlichen Konzept im Gegensatz zu einfachen Schädigungsparametern, *Abbildung 3.4*, ergeben, ist in *Abbildung 3.7* dargestellt. Hervorzuheben ist, dass zum einen auch das Rissfortschrittsgesetz als Eingabewert zur Verfügung stehen muss, *Gleichung 3.27*, und zum anderen die P_J -Berechnung auf die bis zum Auftreten der Hysterese angefallenen Teilschädigung angewiesen ist, weshalb die Schädigungsrechnung schwingspielweise erfolgen muss.

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta J_{\text{eff}}^{m_J} \quad \text{für } \Delta J_{\text{eff}} \geq \Delta J_{\text{eff,th}} \quad (3.27)$$

$\frac{da}{dN}$	Rissfortschrittsgeschwindigkeit
ΔJ_{eff}	Effektivwert des J-Integrals
C	Lageparameter der Paris-Graden
m_J	Exponent der Paris-Graden
$\Delta J_{\text{eff,th}}$	Schwellwert des Rissfortschritts

Savaidis erweitert das Modell kurzer Risse auf proportionale Beanspruchungen, [Sava 95]. Weitere Aspekte des Kurzrissmodells werden z.B. von Anthes, [Anth 97], und Dankert, [Dank 99], untersucht. Hertel und Vormwald schließlich schlagen ein Modell für mehrachsige Beanspruchungen bei variabler Amplitude vor, [Hert 11], [Hert 14].

Viele weitere Schädigungsparameter sind in der Literatur zu finden. Deren Aufzählung würde an dieser Stelle jedoch zu weit führen.

3.3. Statistische Grundlagen

Ergebnisse aus Schwingversuchen sind einer Streuung unterworfen. Um die Verteilung solcher Ergebnisse zu charakterisieren, wird in dieser Arbeit der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T verwendet. Mit der Wahl des logarithmischen Mittelwertes erfolgt eine Festlegung auf den Verteilungstyp der logarithmischen Normalverteilung. Dies stellt eine im Bereich der Betriebsfestigkeit gängige Annahme dar. Zur Erklärung der beiden Größen m und T wird die Stichprobe $X = x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ betrachtet. Der logarithmische Mittelwert der Stichprobe ergibt sich nach *Gleichung 3.28*.

$$m = 10^{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \lg(x_i)} \quad (3.28)$$

Als Größe für die Streuung wird die Streuspanne T verwendet. Diese ist in *Gleichung 3.29* angegeben.

$$T = \frac{Q_{90\%}(X)}{Q_{10\%}(X)} \quad (3.29)$$

Sie ist der Quotient aus dem 90%-Quantil $Q_{90\%}$ und dem 10%-Quantil $Q_{10\%}$ der Stichprobe X . Die benötigten Quantile werden ermittelt, indem die Merkmalswerte x_i der Stichprobe der Größe nach geordnet werden. Das 90%-Quantil ist der Wert, der größer als 90% und kleiner als 10% der Merkmalswerte ist. Das 10%-Quantil ist entsprechend der Wert, der größer als 10% und kleiner als 90% der Merkmalswerte ist. Zur Bestimmung der Quantilswerte wird zwischen den Merkmalswerten der Stichprobe linear interpoliert. Innerhalb der Streuspanne liegen 80% der Merkmalswerte der betrachteten Stichprobe. Die Streuspanne ist eine verteilungsunabhängige Größe. Sie kann als Maß für die Streuung verwendet werden, auch wenn, im Gegensatz z.B. zur Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung, die konkrete Verteilung der Stichprobe nicht bekannt ist.

Verteilungen können in Wahrscheinlichkeitsnetzen für bestimmte Verteilungsfunktionen dargestellt werden. In dieser Arbeit wird das Wahrscheinlichkeitsnetz für die logarithmische Normalverteilung verwendet. Die Auftretenswahrschein-

lichkeit P ist in Wahrscheinlichkeitsnetzen über den nach der Größe geordneten Merkmalswerten aufgetragen. Die beiden Achsen des Diagramms sind dabei so verzerrt, dass die eingetragenen Merkmale durch eine Gerade angenähert werden können, wenn sie der unterstellten Verteilungsfunktion folgen.

Da die Wahrscheinlichkeitsfunktion zu einer Stichprobe in der Regel unbekannt ist, müssen die Wahrscheinlichkeiten P_i zu den einzelnen Merkmalswerten x_i der Stichprobe abgeschätzt werden. Hierfür wird in dieser Arbeit die Formel nach Rossow, [Ross 64], verwendet, *Gleichung 3.30*.

$$P_i = \frac{3i - 1}{3n + 1} \quad (3.30)$$

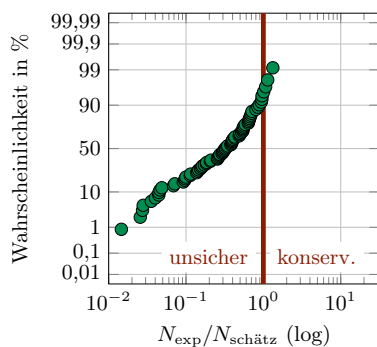
Der Index i ist die Ordnungsnummer der nach der Größe geordneten Merkmalswerte der Stichprobe. Sofern eine eingezeichnete Stichprobe in zumindest guter Näherung einer logarithmischen Normalverteilung entspricht, liegen die eingezeichneten Punkte annähernd auf einer Geraden.

Sofern für eine Stichprobe eine logarithmische Standardabweichung unterstellt wird, kann die Streuspanne T in die Standardabweichung s_{\log} der logarithmischen Normalverteilung umgerechnet werden.

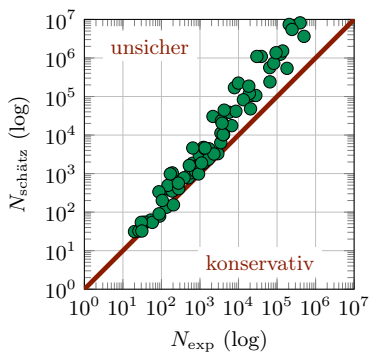
$$s_{\log} = \frac{\lg(T)}{2,56} \quad (3.31)$$

In vielen Fällen werden in dieser Arbeit experimentelle Ergebnisse, meist Schwingungszahlen N_{exp} , mit geschätzten oder gemittelten Werten, z.B. $N_{\text{schätz}}$, verglichen. Hierzu werden die Quotienten der beiden Größen gebildet, so dass der experimentelle Wert im Zähler des Bruches steht, z.B. $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$. Aus der Gesamtheit der vorliegenden Quotienten werden danach der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T bestimmt. Für den Fall, dass experimentelle und geschätzte Schwingungszahlen miteinander verglichen werden, kann mithilfe des logarithmischen Mittelwertes direkt eine Aussage darüber getroffen werden, ob die geschätzten Schwingungszahlen kleiner als die experimentellen und damit auf der sicheren (konservativen) Seite oder eher auf der unsicheren Seite liegen. Die geschätzten Schwingungszahlen liegen im Mittel auf der sicheren Seite, falls $m > 1$. Sie liegen auf der unsicheren Seite falls $m < 1$. Wird die Verteilung der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ in ein Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen, kann ebenfalls kenntlich gemacht werden, welcher Anteil der Stichprobe auf der konservativen bzw. der unsicheren Seite liegt, *Abbildung 3.8a*.

In einer weiteren in dieser Arbeit verwendeten Darstellung werden die geschätzten über den experimentellen Schwingungszahlen aufgetragen, *Abbildung 3.8b*. Unsichere Schätzungen liegen oberhalb der Winkelhalbierenden, konservative darunter.



(a) Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ im Wahrscheinlichkeitsnetz



(b) $N_{\text{schätz}}$ über N_{exp}

Abbildung 3.8.: Beispielhafter Vergleich von experimentellen Schwingspielzahlen N_{exp} und geschätzten Schwingspielzahlen $N_{\text{schätz}}$

4. Werkstoffdatenbank mit zyklischen Kennwerten

Für die Bewertung von Abschätzmethoden für zyklische Kennwerte und die Ermittlung charakteristischer Schädigungsparameterwöhlerlinien – auf beide Punkte wird in dieser Arbeit eingegangen – ist es notwendig, experimentelle zyklische Kennwerte als Basis für die Bewertung zu nutzen. Für die Bewertung von Abschätzmethoden ausgehend von quasistatischen Kennwerten ist es außerdem erforderlich, die quasistatischen Kennwerte für die Werkstoffe, für die die zyklischen Kennwerte vorliegen, zu kennen. Aus diesen Gründen wird eine Datenbasis anhand von Versuchsergebnissen aus der Literatur aufgebaut, die quasistatische und zyklische Kennwerte sowie die zu letzteren gehörenden Einzelversuchsergebnisse enthält. Da der Fokus der Untersuchungen in dieser Arbeit auf den Werkstoffgruppen Stahl und Aluminium liegt, werden beim Aufbau der Datenbasis vor allem Werkstoffe dieser beiden Werkstoffgruppen berücksichtigt. Für beide Werkstoffgruppen wird eine feinere Einteilung vorgenommen, um ggf. vorhandene Unterschiede zwischen den Untergruppen später erkennen zu können. In den verschiedenen Quellen werden unterschiedliche Systeme zur Einordnung der Werkstoffe verwendet, falls überhaupt Angaben zur Werkstoffsorte oder den Eigenschaften vorhanden sind. Aus diesem Grund wird für die Werkstoffdatenbank versucht, die Werkstoffnamen, sofern möglich, entsprechend der aktuellen Werkstoff-Normen anzugeben. Ausgehend von den sich so ergebenden Werkstoffnamen wird für Aluminium eine Einteilung in Gusswerkstoffe und Knetlegierungen vorgenommen und für Stähle eine Einteilung in un-, niedrig- und hochlegierte Stähle sowie Stahlguss. Bei der Betrachtung der Zusammensetzung der Werkstoffdatenbank, *Abbildung 4.1* und *Tabelle 4.1*, fällt auf, dass für Aluminium bedeutend weniger Datensätze vorliegen als für Stahl. Weiterhin bestehen die Untergruppen Guss, sowohl bei Stahl als auch bei Aluminium, mit 40 bzw. 27 aus sehr wenigen Datensätzen.

Seit dem späten Ende des letzten Jahrhunderts werden vermehrt zyklische Kennwerte an Feinblechen ermittelt. Diese werden bevorzugt in der Automobilindustrie zur Erzeugung von Umformbauteilen verwendet. Zur Lebensdauerberechnung solcher Bauteile werden die zyklischen Kennwerte nicht nur für den Anlieferungszustand der Bleche ermittelt, sondern zusätzlich für bestimmte Umformgrade. Es hat sich gezeigt, dass sich der Vergleichsumformgrad φ_v , *Gleichung 4.1*, als charakteristische Größe für den Umformgrad bezüglich der zyklischen Kennwerte eignet, [Mase 00].

$$\varphi_v = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot (\varphi_1^2 + \varphi_1^2 + \varphi_3^2)} \quad (4.1)$$

Dabei sind φ_1 , φ_2 und φ_3 die Umformgrade in Längs-, Breiten- und Dickenrichtung. Für Feibleche sind die Vergleichsumformgrade φ_v in der Werkstoffdatenbank hinterlegt. Die Anteile der Feiblech-Datensätze für die Werkstoffgruppen in der Datenbank sind in *Abbildung 4.2* sowie *Tabelle 4.1* dargestellt.

In den ausgewerteten Quellen werden unterschiedliche Versagenskriterien verwendet. Diese können in 21 Kategorien eingeordnet werden, welche in *Tabelle 4.2* aufgeführt sind. Falls nicht anders angegeben, werden Datensätze mit dem Versagenskriterium Bruch oder mit Spannungsabfällen von mehr als 50% für die in den folgenden Kapiteln durchgeführten Untersuchungen nicht als Anriss gewertet und damit auch nicht berücksichtigt.

Die in der Datenbank vorhandenen Daten stammen aus den folgenden Quellen: [Ahma 03], [Bäum 90], [Bhon 79], [Bhon 80], [Boll 87a], [Boll 87b], [Boll 87c], [Boll 87d], [Boll 87e], [Bors 10], [Bren 94], [Chau 01], [Drew 95], [Engl 01], [Esde 05], [Esde 06], [Fags 05], [Fang 94], [Hack 11], [Hans 13], [Hars 96], [Heid 06], [Herr 96], [Holl 04], [Land 72], [Lüt 09], [Mase 00], [Medh 12], [Medh 14], [Morg 06], [Palk 06], [Palk 10], [Renn 12], [Rupp 02], [SAE 13], [Suha 00], [Swam 75], [Trau 04], [Wage 07], [Wern 01], [Zenn 00].

Werkstoffgruppe	Werkstoffsorte	alle Versagenskriterien		Versagenskriterium Anriss	
		Datensätze	Einzelvers.	Datensätze	Einzelvers.
Stahl	unlegiert	269	2.247	176	1.495
	niedriglegiert	554	5.188	447	4.219
	hochlegiert	457	2.979	155	1.144
	Guss	40	373	32	254
	weitere	4	37	4	28
Aluminium	Knetlegierung	130	1.406	115	1.248
	Guss	27	266	22	225
Stahl	Feiblech	253	2.591	253	2.591
	kein Feiblech	1.071	8.233	561	4.549
Aluminium	Feiblech	32	372	32	372
	kein Feiblech	125	1.300	105	1.101
weitere		271	1836	106	964
alle		1.752	14.332	1.057	9.577

Tabelle 4.1.: Anzahl der Versuchsreihen und Einzelversuche in der Werkstoffdatenbank, aufgeteilt nach Werkstoffgruppen und -sorten sowie in Feibleche und nicht Feibleche

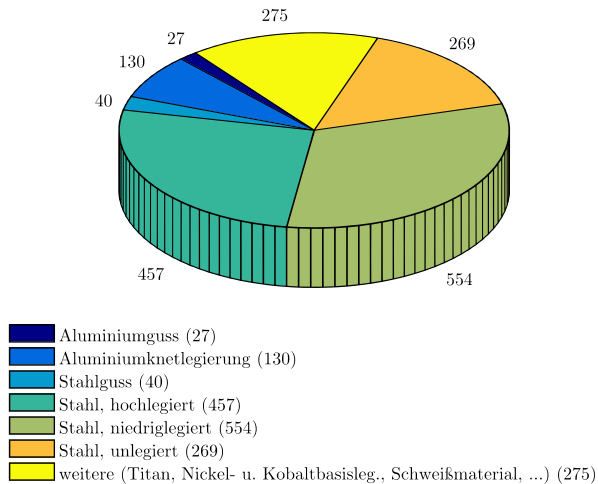


Abbildung 4.1.: Anzahl der Versuchsreihen in der Werkstoffdatenbank, aufgeteilt nach Werkstoffgruppen

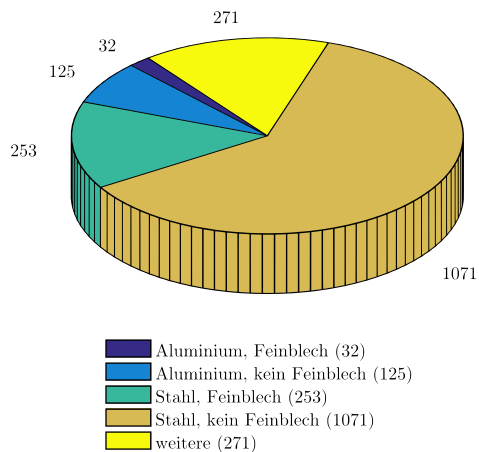


Abbildung 4.2.: Anzahl der Versuchsreihen in der Werkstoffdatenbank, aufgeteilt in Feinbleche und nicht Feinbleche

Versagenskriterium laut Originalquelle		als Anriss gewertet ^a	Anzahl	
			Datensätze	Einzelvers.
Spannungsabfall	k.A.	ja ^b	103	933
	1,50%	ja	1	9
	2%	ja	9	64
	3%	ja	2	85
	4%	ja	4	23
	5%	ja	23	319
	10%	ja	188	2.202
	15%	ja	3	19
	20%	ja	21	199
	25%	ja	97	531
	50%	ja	8	58
	75%	nein	2	27
	80%	nein	1	5
	90%	nein	2	30
Anriss	k.A.	ja	579	4.181
	0,1 mm	ja	3	14
	0,2 bis 0,5 mm	ja	3	28
	0,2 bis 0,8 mm	ja	1	8
	0,5 mm	ja	60	880
	1 mm	ja	2	24
Bruch		nein	640	4.693
Summe ja			1.107	9.577
Summe nein			645	4.755

^a in dieser Arbeit

^b Diese Gruppe nimmt einen erheblichen Anteil der Datenbasis ein. Aus diesem Grund werden die ermittelten Lebensdauern der betreffenden Datensätze als Anrisschwingspielzahlen gewertet, auch wenn unklar ist, ob Spannungsabfälle von mehr als 50% zur Festlegung der Versagensschwingspielzahl verwendet wurden.

Tabelle 4.2.: Versagenskriterien in der Werkstoffdatenbank

5. Experimentelle Ermittlung zyklischer Kennwerte

Die experimentelle Ermittlung von zyklischen Werkstoffkennwerten erfolgt mithilfe von dehnungsgeregelten Einstufenversuchen an ungekerbten Werkstoffproben. In der Literatur existieren unterschiedliche Angaben dazu, wie solche Versuche auszuwerten sind. Diese unterschiedlichen Angaben sind in Kapitel 5.1 zusammengetragen. Aus den dort vorgestellten unterschiedlichen Vorgehensweisen leitet sich für den Anwender unmittelbar die Frage nach der besten Methode ab. Um diese Frage zu beantworten, werden in Kapitel 5.2 die zur Charakterisierung der Streuung notwendigen Größen in der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve untersucht. Darauf aufbauend werden anhand der Datensätze in der Werkstoffdatenbank Aussagen bezüglich der Eignung der verschiedenen Vorgehensweisen getroffen, Kapitel 5.3. Aufbauend darauf werden die Datensätze in der Werkstoffdatenbank einheitlich neu ausgewertet und es werden die Wertebereiche angegeben, in denen zyklische Kennwerte üblicherweise vorliegen, Kapitel 5.4. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen werden die untersuchten Auswertemethoden mit einem alternativen Ansatz zusätzlich untersucht, Kapitel 5.5. Aufbauend auf den Ergebnissen aus den Kapiteln 5.3 und 5.5 werden in Kapitel 5.6 Empfehlungen für die Praxis abgeleitet.

5.1. Methoden zur Ermittlung zyklischer Kennwerte

Angaben zur Durchführung und Auswertung von dehnungsgeregelten Versuchen sind in verschiedenen nationalen und internationalen Normen und Standards zu finden. Hierzu zählen: [ASTM E606], [ASTM E739], [BS 7270], [ISO 12106], [prEN 3988], [SEP 1240]. Für die Auswertung der Einzelversuche zur Ermittlung der zyklischen Kennwerte gibt es verschiedene Vorgehensweisen, die im Folgenden näher beleuchtet werden sollen, wobei verschiedene Aspekte eine Rolle spielen. Hierzu zählen ...

- das Versagenskriterium, ...
- die Aufteilung der Gesamtdehnungsamplitude der stabilisierten Hysteresse in den elastischen und plastischen Dehnungsanteil und in Verbindung damit ...
- der zur Bestimmung der plastischen Dehnungsamplitude verwendete E-Modul sowie ...
- die Art der Regression zur Ermittlung der Kennwerte.

5.1.1. Versagenskriterium

Bei der Durchführung dehnungsgeregelter Versuche stellt sich zunächst die Frage, wie ein Anriss der Probe definiert und im Versuch oder nachträglich bestimmt werden kann. Wie bereits in *Tabelle 4.2* aufgeführt, liegen in der Werkstoffdatenbank viele verschiedene Anrissdefinitionen vor. Diese Vielfalt spiegelt sich auch in Regelwerken wider. In [ASTM E606] werden beispielsweise vier mögliche Versagenskriterien angegeben:

- Trennung der Probe in zwei Teile (Bruch)
- Vergleich der Tangentenmodule E_1 und E_2 einer Hysterese:
Dies geschieht über den Vergleich des Verhältnisses E_1/E_2 jedes Schwingspiels mit dem ersten Schwingspiel. Beim Anriss der Probe gilt die Proportionalität zwischen der gemessenen Kraft und der Spannung in der Probe nicht mehr, weshalb es zu einer Deformation der Hysterese kommt, *Abbildung 5.1*. Die Schwingspielzahl, bei dem sich das Verhältnis E_1/E_2 um mehr als einen gewissen Wert (in [ASTM E606] 50%) ggü. dem Verhältnis des ersten Schwingspiels unterscheidet, ist die Versagensschwingspielzahl.
- Das Vorhandensein von Mikrorissen:
Hierbei muss die Probe während des Versuches beobachtet werden. Die Risse können optisch oder mit der sogenannten Replikatechnik beobachtet werden. Über die Länge bzw. Tiefe des Anrisses werden in [ASTM E606] keine Aussagen getroffen.
- Abfall der Zugkraft:
Durch den Anriss wird die Querschnittsfläche der Probe kleiner. Zum Erreichen derselben Dehnung nimmt daher mit fortschreitendem Anriss die benötigte Kraft immer weiter ab. In [ASTM E606] wird ein Kraftabfall von 50% des Maximalwertes als Versagenskriterium definiert.

Ein weit verbreitetes Vorgehen ist in [SEP 1240] beschrieben. Nach dem Versuch wird die Wechselverformungskurve betrachtet. In dieser ist die Oberspannung oder die Spannungsamplitude über der Schwingspielzahl aufgetragen. Der Anfang der Wechselverformungskurve ist durch Ver- oder Entfestigungsvorgänge des Werkstoffs geprägt. Der sich anschließende Bereich ist oftmals durch ein stabilisiertes Werkstoffverhalten gekennzeichnet. Bei der Anrissbildung kommt es aufgrund der abnehmenden Querschnittsfläche zu einem Kraftabfall, der in der Wechselverformungskurve durch die unterstellte Proportionalität zwischen Kraft und Spannung als Spannungsabfall erscheint. Nach [SEP 1240] liegt die Anrisschwingspielzahl bei einem Spannungsabfall ggü. dem stabilisierten Bereich von 10% vor, *Abbildung 5.2*. Die zur Auswertung betrachtete Hysterese

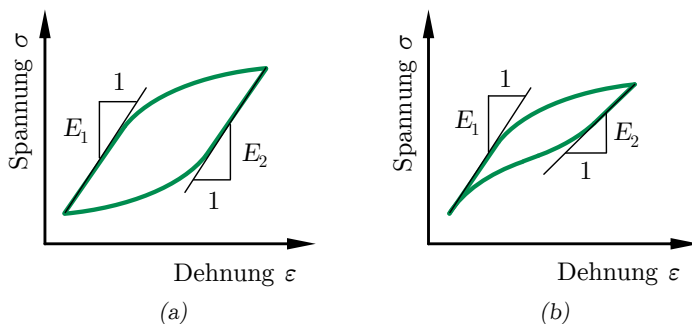


Abbildung 5.1.: Tangentenmodule an den Umkehrpunkten einer Hysteresis. (a) für eine Probe ohne Anriss, (b) für eine Probe mit Anriss

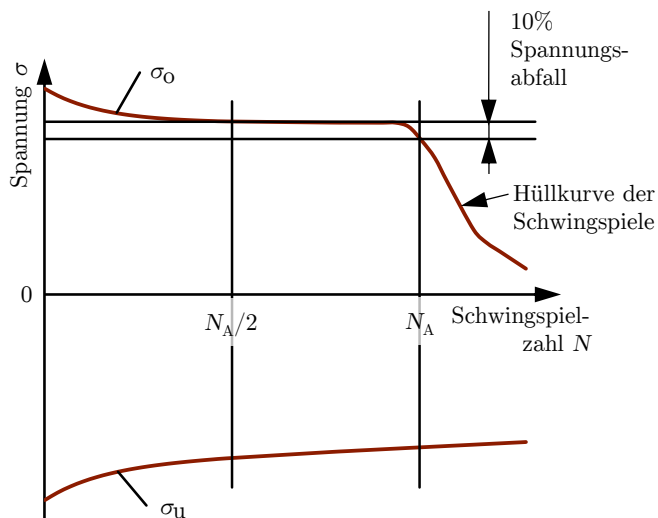


Abbildung 5.2.: Wechselverformungskurve eines entfestigenden Werkstoffs und Anrissermittlung nach [SEP 1240]

liegt nach [SEP 1240] bei der halben Anrisschwingenspielzahl und damit in der Regel im stabilisierten Bereich. Der an dieser Stelle ermittelte Wert für die Spannungsamplitude stellt damit einen repräsentativen Wert für die Probenlebensdauer dar.

5.1.2. Aufteilung der Gesamtdehnungsamplitude und verwendeter E-Modul

Im gesamtdehnungsgeregelten Versuch wird die Gesamtdehnung über den Dehnungsaufnehmer sowie die auf die Probe wirkende Kraft über eine Kraftmessdose erfasst. Da zur Ermittlung zyklischer Kennwerte ungekerbte Proben verwendet werden, kann mithilfe der Querschnittsfläche A_0 aus der Kraft F die Spannung σ in der Probe berechnet werden, *Gleichung 5.1*.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (5.1)$$

Dieser Zusammenhang gilt, solange die Probe keinen Anriss aufweist. Mithilfe der beiden Größen ε und σ ist es möglich, für ein Schwingspiel die Hysterese aus Spannung und Dehnung darzustellen. Für die weitere Auswertung ist es erforderlich, die Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,ges}$ in den elastischen und plastischen Anteil $\varepsilon_{a,el}$ und $\varepsilon_{a,pl}$ aufzuteilen. Hierzu werden unterschiedliche Methoden vorgeschlagen.

Am weitesten verbreitet scheint die Variante zu sein, dass der elastische Dehnungsanteil mithilfe des E-Moduls aus der Spannungsamplitude berechnet wird, *Gleichung 5.2*. Der plastische Dehnungsanteil wird durch Subtraktion des elastischen Dehnungsanteils von der Gesamtdehnung erhalten, *Gleichung 5.3* und *Abbildung 5.3*.

$$\varepsilon_{a,el} = \frac{\sigma_a}{E} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon_{a,pl} = \varepsilon_{a,ges} - \varepsilon_{a,el} \quad (5.3)$$

Darüber, welcher Wert für den E-Modul in *Gleichung 5.2* verwendet werden soll, gehen die Meinungen auseinander. Eine Möglichkeit ist, den im Zugversuch ermittelten E-Modul zu verwenden (Variante 1). In [ASTM E606] wird der E-Modul verwendet, der sich bei Schwingversuchen mit Proben unterhalb der Fließgrenze ergibt (Variante 2). In [prEN 3988] wiederum wird vorgeschlagen, den Mittelwert der Tangentenmodule E_1 und E_2 der stabilisierten Hysterese zu verwenden (Variante 3), *Abbildung 5.1a*. In [BS 7270] und [ISO 12106] wird ein Verfahren vorgeschlagen, für dessen Anwendung die Kenntnis des E-Moduls

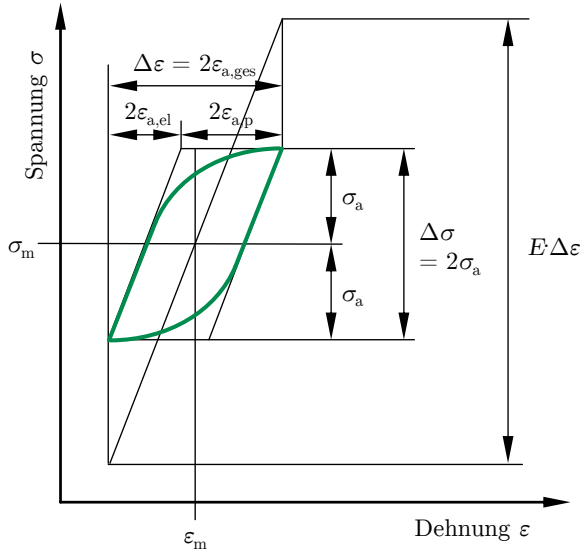


Abbildung 5.3.: Aufspaltung der Gesamtdehnung in den elastischen und plastischen Dehnungsanteil mithilfe des E-Moduls

nicht notwendig ist. Die plastische Dehnungsamplitude wird durch Ausmessen der Hysterese auf dem Niveau der Mittelspannung bestimmt (Variante 4), *Abbildung 5.4*.

Kandil vergleicht die Varianten 2 bis 4 und kommt zu dem Schluss, dass Variante 4 am besten geeignet ist, [Kand 99]. Masendorf untersucht den Einfluss des E-Moduls auf die zyklischen Kennwerte von Stahl-Feinblechen und schlägt aufgrund der Ungewissheiten bei der Bestimmung des E-Moduls vor, einen werkstoffgruppenabhängigen Wert zur Auswertung zu verwenden (Variante 5), [Mase 00]. Dieses Vorgehen wird für Stahlfeinbleche in das Stahl-Eisen-Prüfblatt 1240, [SEP 1240], mit einem Wert von $E = 206 \text{ GPa}$ übernommen.

In der von Coffin und Manson vorgeschlagenen Gleichung zur Beschreibung der Wöhlerlinie ist der E-Modul enthalten, *Gleichung 3.1*. Masendorf hat am Beispiel des Stahlfeinbleches St14 gezeigt, dass der an der stabilisierten Hysterese ermittelte E-Modul abhängig von der Dehnungsamplitude, *Abbildung 5.5*, bzw. der Dehnrate ist, [Mase 00]. Es ist daher anzunehmen, dass sich bei der

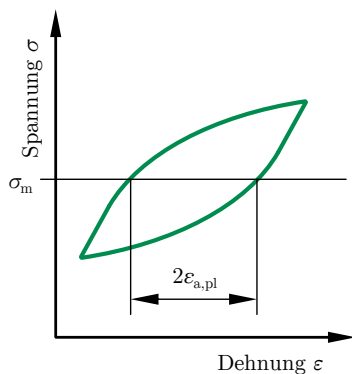


Abbildung 5.4.: Bestimmung der plastischen Dehnungsamplitude durch Ausmessen der Hysteresis auf dem Niveau der Mittelspannung nach [BS 7270] und [ISO 12106]

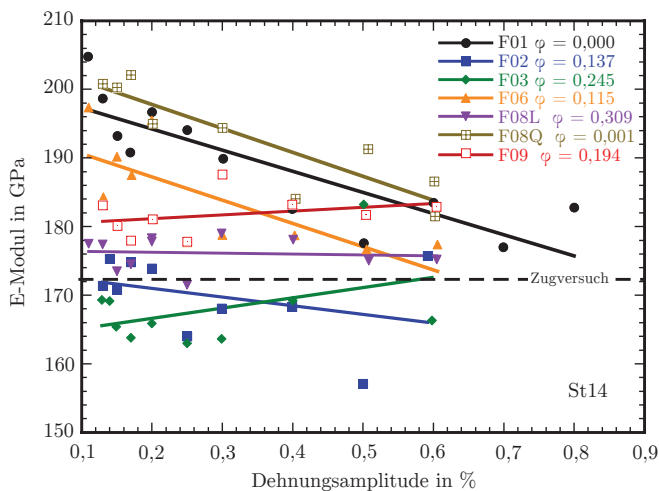


Abbildung 5.5.: Abhängigkeit des an der stabilisierten Hysteresis ermittelten E-Moduls von der Dehnungsamplitude für das Stahlfeinblech St14 bei unterschiedlichen Umformgraden, [Mase 00]

Bestimmung des E-Moduls aus der stabilisierten Hysterese für jeden Einzelversuch ein anderer E-Modul ergibt. Damit ist die Festlegung eines gemeinsamen E-Moduls für die Coffin-Manson-Gleichung allerdings problematisch. Wird ein einheitlicher E-Modul verwendet, besteht dieses Problem nicht.

5.1.3. Die Art der Regression

Für die Ermittlung der zyklischen Kennwerte aus den Einzelversuchen werden in der Literatur unterschiedliche Vorgehensweisen vorgeschlagen:

- einfache lineare Regression für die beiden Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie, [SEP 1240] und [ASTM E739]
- Deming-Regression für die beiden Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie, [Bäum 90]
- räumliche Regression von Dehnungsamplitude, Spannungsamplitude und Schwingspielzahl, [eIDs 08]

Die Vorgehensweisen bei den verschiedenen Regressionen und die Berechnung der zyklischen Kennwerte wird im Folgenden dargelegt.

Einfache lineare Regression

Am weitesten verbreitet ist wohl die Vorgehensweise, wie sie unter anderem auch im Stahl-Eisen-Prüfblatt 1240, [SEP 1240], für die Stahlfeinbleche oder in [ASTM E739] angegeben ist. Hierbei werden die elastischen und plastischen Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie separat ausgewertet. Für den elastischen Dehnungsanteil wird mit den Wertepaaren $(\lg(\varepsilon_{a,el,i}), \lg(N_i))$ eine einfache lineare Regression nach der Methode der kleinsten Abstandsquadrate durchgeführt, wobei die Abstandsquadrate in Richtung der Schwingspielzahl minimiert werden, *Abbildung 5.6*. Für den plastischen Dehnungsanteil wird analog vorgegangen. Die Regression wird im Folgenden beschrieben. Zunächst werden die Größen $\lg(\varepsilon_{a,el,i})$ bzw. $\lg(\varepsilon_{a,pl,i})$ und $\lg(N_i)$ durch x_i und y_i substituiert, was den Formelapparat etwas vereinfacht. Für den elastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie gilt:

$$x_i = \lg(\varepsilon_{a,el,i}) \quad (5.4)$$

$$y_i = \lg(N_i) \quad (5.5)$$

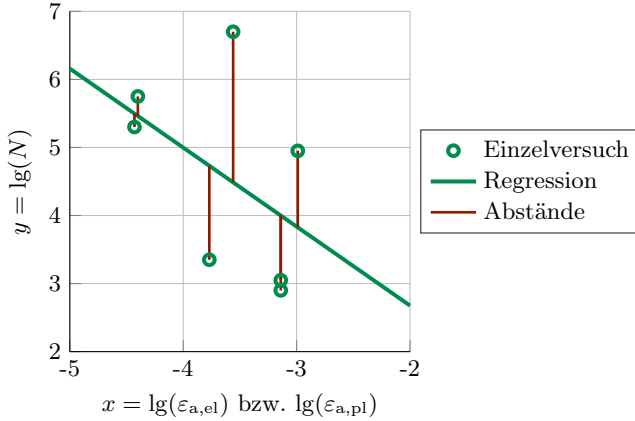


Abbildung 5.6.: Einfache lineare Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate

Für den plastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie gilt:

$$x_i = \lg(\varepsilon_{a,pl,i}) \quad (5.6)$$

$$y_i = \lg(N_i) \quad (5.7)$$

Die Regression wird für beide Dehnungsanteile analog durchgeführt, [Mauc 99], wie im Folgenden dargestellt. Die Regressionsgerade folgt Gleichung 5.8.

$$y = a^* \cdot x + b^* \quad (5.8)$$

Zunächst werden die Varianz der y -Werte sowie die Kovarianz der x - und y -Werte berechnet.

$$s_{xx} = \frac{1}{n-1} \sum \left(x_i - \frac{1}{n} \sum x_i \right)^2 \quad (5.9)$$

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum \left(x_i - \frac{1}{n} \sum x_i \right) \left(y_i - \frac{1}{n} \sum y_i \right) \quad (5.10)$$

Aus diesen werden die Steigung a^* und der y -Achsenabschnitt b^* der Regressionsgeraden berechnet.

$$a^* = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} \quad (5.11)$$

$$b^* = \frac{1}{n} \sum y_i - a^* \frac{1}{n} \sum x_i \quad (5.12)$$

Um mit diesen Größen zu den zyklischen Kennwerten des elastischen Anteils der Dehnungswöhlerlinie zu gelangen, muss der elastische Anteil der Coffin-Manson-Gleichung umgeformt werden, wobei zunächst auf die Notation von Hatscher, *Gleichung 3.8*, zurückgegriffen wird:

$$\varepsilon_{a,el} = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{N}{N_{0\sigma}} \right)^b \quad (5.13)$$

$$\lg(\varepsilon_{a,el}) = \lg(\sigma_0) - \lg(E) + b(\lg(N) - \lg(N_{0\sigma})) \quad (5.14)$$

$$\lg(N) = \frac{1}{b} \lg(\varepsilon_{a,el}) + \frac{\lg(E) - \lg(\sigma_0)}{b} + \lg(N_{0\sigma}) \quad (5.15)$$

Durch den Vergleich der Regressionsgeraden, *Gleichung 5.8* mit *Gleichung 5.15* ergeben sich die Zusammenhänge zwischen a^* und b^* und den zyklischen Werkstoffkennwerten des elastischen Anteils der Dehnungswöhlerlinie. Dabei ist zu beachten, dass b der zyklische Schwingfestigkeitsexponent und b^* der y-Achsenabschnitt der Regressionsgeraden ist.

$$a^* = \frac{1}{b} \Leftrightarrow b = \frac{1}{a^*} \quad (5.16)$$

$$b^* = \frac{\lg(E) - \lg(\sigma_0)}{b} + \lg(N_{0\sigma}) \Leftrightarrow \sigma_0 = E \cdot 10^{-b \cdot b^*} \cdot N_{0\sigma}^b \quad (5.17)$$

Mit $N_{0\sigma} = 0,5$ ergibt sich der zyklische Schwingfestigkeitskoeffizient:

$$\sigma'_f = \sigma_0 = E \cdot 10^{-b \cdot b^*} \cdot 0,5^b \quad (5.18)$$

Für den plastischen Dehnungsanteil gilt analog:

$$c = \frac{1}{a^*} \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_{p0} = 10^{-c \cdot b^*} \cdot N_{0\varepsilon p}^c \quad (5.20)$$

$$\varepsilon'_f = 10^{-c \cdot b^*} \cdot 0,5^c \quad (5.21)$$

Die Kennwerte des zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramms werden mit den Kompatibilitätsbedingungen berechnet, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*.

Laut [SEP 1240] erfolgt die Aufteilung der Gesamtdehnungsamplitude in den elastischen und plastischen Anteil mithilfe eines werkstoffgruppenabhängigen E-Moduls und entsprechend *Gleichung 5.2* und *Gleichung 5.3*. Durch die Streuung der Einzel Versuchsergebnisse und die im Einzelfall mehr oder weniger starke Abweichung des werkstoffgruppenabhängigen E-Moduls zum i.d.R. unbekannten E-Modul des konkreten Werkstoffs, kommt es bei kleinen Dehnungsamplituden dazu, dass sich Werte für $\varepsilon_{a,el}$ ergeben, die größer sind als $\varepsilon_{a,ges}$. Für $\varepsilon_{a,pl}$ können daher Werte auftreten, die sehr klein oder sogar negativ sind. Diese unplausiblen Werte können im Fall negativer plastischer Dehnungsamplituden durch die Logarithmierung ohnehin nicht in der Regression berücksichtigt werden. Auch im Falle sehr kleiner plastischer Dehnungen wird der Fehler, der bei der Bestimmung von $\varepsilon_{a,pl}$ gemacht wird, im Vergleich zum absoluten Wert groß. Aus diesem Grund werden Einzelversuche mit Werten für $\varepsilon_{a,pl} < 0,01\%$ in der Regression der plastischen Dehnungswöhlerlinie nicht berücksichtigt. Die elastische Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,el}$ wird in diesen Fällen auf den Wert der Gesamtdehnungsamplitude gesetzt. Dies kann dazu führen, dass bei der Regression des elastischen Dehnungsanteils mehr Einzelversuche verwendet werden als beim plastischen Dehnungsanteil.

Deming-Regression

Bäumel und Seeger, [Bäum 90], benutzen zur Auswertung der Einzelversuche die orthogonale Regression, *Abbildung 5.7*, einen Spezialfall der Deming-Regression, [Demi 85]. Wie bei der einfachen linearen Regression werden auch bei dieser Variante die elastischen und plastischen Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie einzeln ausgewertet, allerdings werden die Quadrate der Abstände der einzelnen Punkte senkrecht zur Regressionsgeraden minimiert, sodass davon ausgegangen wird, dass sowohl die elastische bzw. plastische Dehnung als auch die Schwingungszahl fehlerbehaftete Beobachtungen sind. Der Ablauf der Berechnungen für die orthogonale Regression ähnelt dem für die einfache lineare Regression entsprechend *Gleichung 5.4* bis *Gleichung 5.21*. Allerdings ist zusätzlich zur Varianz der x -Werte und der Kovarianz der x - und y -Werte auch die Varianz der y -Werte zu berechnen, [Glai 01].

$$s_{yy} = \frac{1}{n-1} \sum \left(y_i - \frac{1}{n} \sum y_i \right)^2 \quad (5.22)$$

Außerdem erfolgt die Bestimmung der Steigung der Regressionsgeraden nicht nach *Gleichung 5.11*, sondern nach *Gleichung 5.23*, [Glai 01].

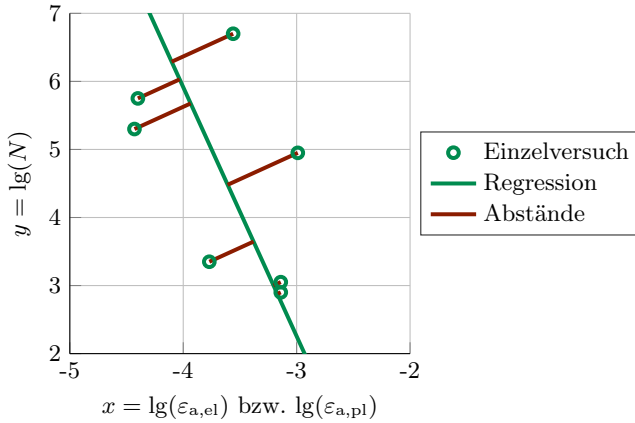


Abbildung 5.7.: Deming-Regression mit Minimierung der senkrechten Abstände der Messpunkte zur Regressionsgeraden

$$a^* = \frac{s_{yy} - s_{xx} + \sqrt{(s_{yy} - s_{xx})^2 + 4 \cdot s_{xy}^2}}{2s_{xy}} \quad (5.23)$$

Auch Bäumel und Seeger nehmen die Aufteilung der elastischen und plastischen Dehnungsamplitude entsprechend *Gleichung 5.2* und *Gleichung 5.3* vor, und vernachlässigen Einzelversuche mit plastischen Dehnungsamplituden kleiner 0,01% bei der Regression.

Räumliche Regression

Eine dritte Variante der Regression wird von el Dsoki et al., [elDs 08], vorgeschlagen. Sie basiert darauf, dass die drei Größen σ_a , $\varepsilon_{a,pl}$ und N zusammen in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dargestellt werden können, wobei sich die Punkte entlang einer Geraden im Raum anordnen. El Dsoki führt daher eine Regression aller drei Größen durch, wobei er die Abstandskquadrate senkrecht zur räumlichen Regressionsgeraden minimiert, *Abbildung 5.8*. Durch dieses Vorgehen ist nach [elDs 08] die Kompatibilität zwischen Dehnungswöhlerlinie und zyklischer Spannungs-Dehnungs-Kurve automatisch erfüllt, was bei den beiden vorangegangenen Vorgehensweisen nicht notwendigerweise der Fall ist. Da dort die Regression in der Dehnungswöhlerlinie durchgeführt wird, wer-

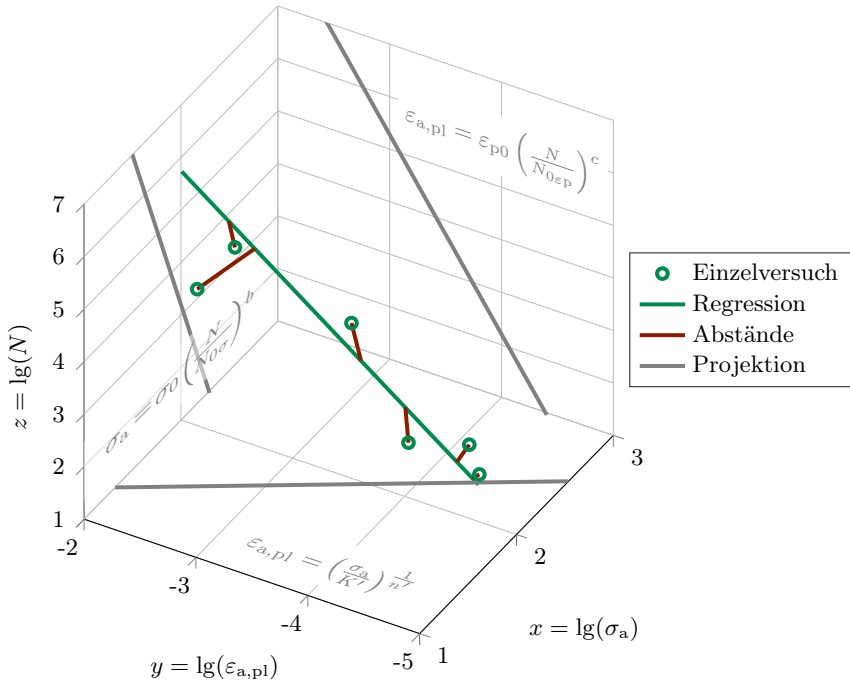


Abbildung 5.8.: Regression von drei Größen mit Minimierung der senkrechten Abstände der Messpunkte zur räumlichen Regressionsgeraden

den die Einzelversuche in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve in einigen Fällen nicht optimal beschrieben. Das mathematische Formelwerk zur Durchführung einer räumlichen Regression ist bei Jacquelin, [Jacq 11], zu finden. Die Regressionsgerade im Raum kann durch einen Stützvektor und einen darauf angreifenden Richtungsvektor beschrieben werden. Werden die einzelnen Komponenten $\lg(\sigma_{a,i})$, $\lg(\varepsilon_{a,pl,i})$ und $\lg(N_i)$ der zu regressierenden Punkte zunächst in deren jeweiligen Mittelpunkt verschoben – der Schwerpunkt der Punktwolke liegt damit im Ursprung –, so kann der Stützvektor der Gerade entfallen und sie kann einzig durch den Richtungsvektor beschrieben werden. Hierdurch vereinfacht sich der folgende Formelapparat. Der Richtungsvektor wiederum kann ebenso gut durch eine zu ihm senkrechte Ebene definiert werden, die durch den

Ursprung geht. Diese Ebene kann durch folgende Gleichung beschrieben werden.

$$z = a_1^* x + a_2^* y \quad (5.24)$$

Alternativ lässt sich die Ebene auch in der Normalenform darstellen:

$$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \vec{0} \right) \cdot \begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \quad (5.25)$$

Für die Regression werden zunächst die Größen $\lg(\frac{\sigma_{a,i}}{\text{MPa}})$, $\lg(\varepsilon_{a,pl,i})$ und $\lg(N_i)$ durch x_i , y_i und z_i substituiert und gleichzeitig um deren Mittelwert verschoben.

$$x_i = \lg\left(\frac{\sigma_{a,i}}{\text{MPa}}\right) - \frac{1}{n} \sum \left(\lg \frac{\sigma_{a,i}}{\text{MPa}}\right) \quad (5.26)$$

$$y_i = \lg(\varepsilon_{a,pl,i}) - \frac{1}{n} \sum (\lg \varepsilon_{a,pl,i}) \quad (5.27)$$

$$z_i = \lg(N_i) - \frac{1}{n} \sum (\lg N_i) \quad (5.28)$$

Hieraus werden die folgenden Größen berechnet.

$$s_{xx} = \frac{1}{n} \sum (x_i^2) \quad (5.29)$$

$$s_{yy} = \frac{1}{n} \sum (y_i^2) \quad (5.30)$$

$$s_{zz} = \frac{1}{n} \sum (z_i^2) \quad (5.31)$$

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum (x_i y_i) \quad (5.32)$$

$$s_{yz} = \frac{1}{n} \sum (y_i z_i) \quad (5.33)$$

$$s_{xz} = \frac{1}{n} \sum (x_i z_i) \quad (5.34)$$

Diese werden zur Berechnung der Größe θ sowie der Koeffizienten K_{ij} verwendet.

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \arctan \frac{2s_{xy}}{s_{xx} - s_{yy}} \quad (5.35)$$

$$K_{11} = (s_{yy} + s_{zz}) \cdot \cos(\theta)^2 + (s_{xx} + s_{zz}) \cdot \sin(\theta)^2 - 2 \cdot s_{xy} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \quad (5.36)$$

$$K_{22} = (s_{yy} + s_{zz}) \cdot \sin(\theta)^2 + (s_{xx} + s_{zz}) \cdot \cos(\theta)^2 + 2 \cdot s_{xy} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \quad (5.37)$$

$$K_{10} = s_{xz} \cdot \cos(\theta) + s_{yz} \cdot \sin(\theta) \quad (5.38)$$

$$K_{01} = -s_{xz} \cdot \sin(\theta) + s_{yz} \cdot \cos(\theta) \quad (5.39)$$

$$K_{00} = s_{xx} + s_{yy} \quad (5.40)$$

Mit den Koeffizienten K_{ij} können die Werte c_0 bis c_2 berechnet ...

$$c_0 = K_{01}^2 \cdot K_{11} + K_{10}^2 \cdot K_{22} - K_{00} \cdot K_{11} \cdot K_{22} \quad (5.41)$$

$$c_1 = K_{00} \cdot K_{11} + K_{00} \cdot K_{22} + K_{11} \cdot K_{22} - K_{01}^2 - K_{10}^2 \quad (5.42)$$

$$c_2 = K_{00} - K_{11} - K_{22} \quad (5.43)$$

... und p , q und r bestimmt werden.

$$p = c_1 - \frac{1}{3}c_2^2 \quad (5.44)$$

$$q = \frac{2}{27}c_2^3 - \frac{1}{3}c_1 \cdot c_2 + c_0 \quad (5.45)$$

$$r = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3 \quad (5.46)$$

Die Lösung für δ_m^2 ist abhängig vom Vorzeichen von r : Falls $r < 0$:

$$\delta_m^2 = \min \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{3}c_2 + 2\rho^{\frac{1}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3}\varphi\right) \\ -\frac{1}{3}c_2 + 2\rho^{\frac{1}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3}(\varphi + 2\pi)\right) \\ -\frac{1}{3}c_2 + 2\rho^{\frac{1}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3}(\varphi + 4\pi)\right) \end{array} \right) \quad (5.47)$$

mit

$$\rho = \sqrt{-\frac{1}{27}p^3} \quad (5.48)$$

und

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{q}{2\rho}\right) \quad (5.49)$$

Falls $r \geq 0$:

$$\delta_m^2 = -\frac{1}{3}c_2 + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{r}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{r}} \quad (5.50)$$

Mit δ_m^2 können schließlich die Parameter der Ebene in *Gleichung 5.24* bestimmt werden.

$$a_1^* = \frac{-K_{10}}{K_{11} - \delta_m^2} \cos(\theta) + \frac{K_{01}}{K_{22} - \delta_m^2} \sin(\theta) \quad (5.51)$$

$$a_2^* = \frac{-K_{10}}{K_{11} - \delta_m^2} \sin(\theta) + \frac{K_{01}}{K_{22} - \delta_m^2} \cos(\theta) \quad (5.52)$$

Die zyklischen Kennwerte der beiden Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie werden folgendermaßen berechnet.

$$b = -a_1^* \quad (5.53)$$

$$c = -a_2^* \quad (5.54)$$

$$\sigma_0 = 1 \text{ MPa} \cdot 10^{a_1^* \cdot \frac{1}{n} \sum (\lg(N_i)) + \frac{1}{n} \sum (\lg(\frac{\sigma_{a,i}}{\text{MPa}}))} \cdot N_{0\sigma}^b \quad (5.55)$$

$$\varepsilon_{p0} = 10^{a_2^* \cdot \frac{1}{n} \sum (\lg(N_i)) + \frac{1}{n} \sum (\lg(\varepsilon_{a,pl,i}))} \cdot N_{0\varepsilon p}^c \quad (5.56)$$

Die Kennwerte K' und n' der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve werden mit den Kompatibilitätsbedingungen, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*, berechnet.

Auch bei dieser Form der Regression besteht das Problem der Berücksichtigung kleiner oder negativer plastischer Dehnungsamplituden. Wie auch bei den anderen beiden Methoden nimmt elDsoki die Bestimmung der plastischen Dehnungsamplituden entsprechend *Gleichung 5.2* und *Gleichung 5.3* vor. Zunächst wird die oben geschilderte Regression nur mit Einzelversuchen mit $\varepsilon_{a,pl} \geq 0,01\%$ durchgeführt. Mit den sich daraus ergebenden Werten für K' und n' werden ausgehend von den Spannungsamplituden für die Einzelversuche mit $\varepsilon_{a,pl} < 0,01\%$ neue Werte für $\varepsilon_{a,pl}$ berechnet. Mithilfe dieser neu berechneten

plastischen Dehnungsamplituden wird nun eine zweite Regression durchgeführt, bei der alle Einzelversuche berücksichtigt werden.

Fuhrmann untersucht weitere Möglichkeiten, die Dehnungswöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve unter Einhaltung der Kompatibilität aus Einzelversuchen von Magnesium-Druckguss-Legierungen zu bestimmen, [Fuhr 10].

5.2. Modell zur Streuung dehnungsgeregelter Versuche

Im Folgenden wird ein Modell zur Beschreibung der Streuung von Einzelversuchsergebnissen um die Coffin-Manson- und Ramberg-Osgood-Gleichung entwickelt. Hierzu werden die Dehnungswöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve genauer betrachtet. Die beiden Kennfunktionen Dehnungswöhlerlinie und zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve enthalten die Zusammenhänge zwischen fünf Größen. Diese sind die ...

- Schwingenspielzahl N
- Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,ges}$
- elastische Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,el}$
- plastische Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,pl}$
- Spannungsamplitude σ_a

Für jede der genannten Größen lässt sich eine Streuung um mindestens eine der beiden Kennfunktionen ermitteln. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass diese große Anzahl an unterschiedlichen Streuungen nicht notwendig ist, um die Streubänder um die Kennfunktionen zu charakterisieren. Sie kann auf zwei Streuungen bzw. eine Streuung je Kennfunktion reduziert werden. Hierzu werden ...

- zunächst die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve und die Dehnungswöhlerlinie detailliert betrachtet.
- Danach wird beispielhaft ein Einzelversuch in Bezug auf die aus einer Regressionsrechnung ermittelten Kennlinien untersucht. Dabei soll die Abweichung dieses Einzelversuches zu den Kennlinien als Maß für die Streuung betrachtet werden.

- Es wird gezeigt, welche Streuungen zur Charakterisierung des Streubandes von Dehnungswöhlerlinie und zyklischer Spannungs-Dehnungs-Kurve geeignet sind.

Das hier dargestellte Modell ist abhängig davon, wie die Aufteilung der Gesamtdehnung in den elastischen und plastischen Anteil erfolgt, Kapitel 5.1.2. Es wird vorausgesetzt, dass die Aufteilung der Dehnungsanteile nach *Gleichung 5.2* und *Gleichung 5.3* vorgenommen wird und für eine Versuchsreihe ein einheitlicher E-Modul Verwendung findet:

$$\varepsilon_{a,el} = \frac{\sigma_a}{E} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon_{a,pl} = \varepsilon_{a,ges} - \varepsilon_{a,el} \quad (5.3)$$

Die Einzelversuche, mit denen die zyklischen Kennwerte bestimmt werden, werden i.d.R. gesamtdehnungsgeregelt durchgeführt. Da bei dieser Art der Versuchsführung die Regelgröße die Dehnung ist und sich für jeden Einzelversuch eine dazugehörige Schwingenspielzahl N und eine Spannungsamplitude σ_a ergibt, wird postuliert, dass die Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,ges}$ keinen Fehlern bei der Beobachtung unterworfen ist, die Schwingenspielzahl und die Spannungsamplitude jedoch schon. Die Schwingenspielzahl N und die Spannungsamplitude σ_a sind von der Gesamtdehnungsamplitude $\varepsilon_{a,ges}$ abhängige Zufallsgrößen. Die beiden verbleibenden Größen elastische und plastische Dehnungsamplitude sind von den anderen drei Größen abhängig und müssen auch durch deren Streuungen beeinflusst werden.

5.2.1. Streuung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve

Für die folgenden Darstellungen ist es von Bedeutung, die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve genauer zu betrachten. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen der Gesamtdehnungsamplitude und der Spannungsamplitude. Sie kann formelmäßig in den Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude und elastischer Dehnungsamplitude auf der einen Seite und dem Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude und plastischer Dehnungsamplitude auf der anderen Seite aufgespalten werden, *Abbildung 5.9* und *Gleichung 3.4*.

$$\varepsilon_{a,ges} = \varepsilon_{a,el} + \varepsilon_{a,pl} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.4)$$

Da die elastische Dehnung mithilfe des E-Moduls aus der Spannung lediglich berechnet werden kann, nicht jedoch als physikalische Größe sensorisch erfasst wird, liefert der Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude und elastischer

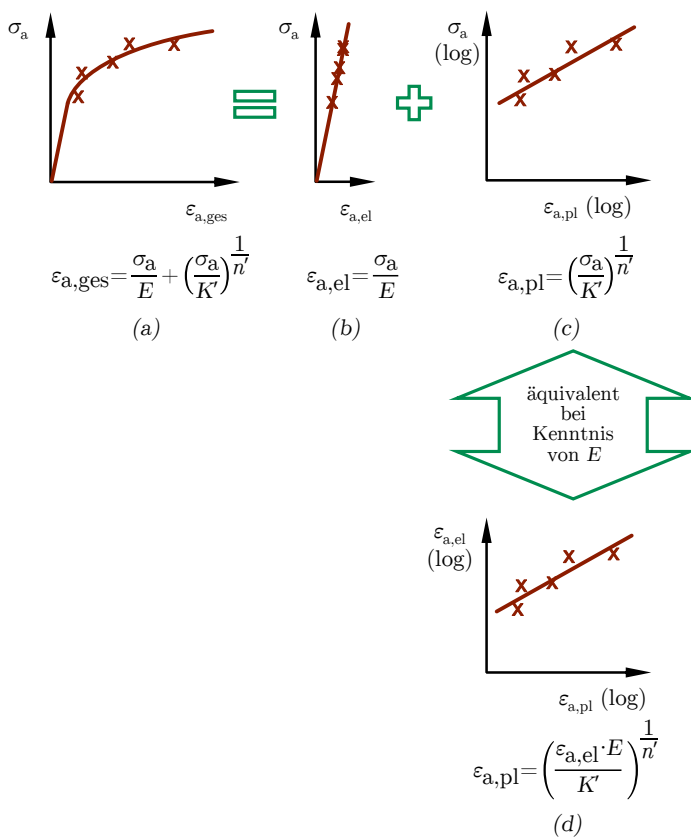


Abbildung 5.9.: Verschiedene Darstellungsformen der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve

Dehnungsamplitude keine Erkenntnisse über das zyklische Werkstoffverhalten. Das Diagramm in *Abbildung 5.9b* ist damit nur eine Darstellung des vorgegebenen E-Moduls. Anders verhält es sich mit dem Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude und plastischer Dehnungsamplitude. Dieser wird durch die zyklischen Kennwerte K' und n' beschrieben und gibt Auskunft über das Verformungsverhalten des Werkstoffs bei plastischer Verformung, *Abbildung 5.9c*. Eine weitere Darstellungsform ergibt sich, wenn in *Abbildung 5.9c* die Spannung durch die elastische Dehnung ersetzt wird, *Abbildung 5.9d*, sodass diese über der plastischen Dehnungsamplitude aufgetragen ist. Wie bereits erwähnt, ist es unter der Voraussetzung eines bekannten E-Moduls egal, ob die Spannungsamplitude oder die elastische Dehnungsamplitude betrachtet wird. Beide Größen sind proportional zueinander, wobei der E-Modul die Proportionalitätskonstante darstellt. Es wird festgehalten, dass die beiden Diagramme *c* und *d* in *Abbildung 5.9* den Informationsgehalt betreffend gleichwertig sind.

Um darzustellen, wie sich Einzelversuche unter dem Einfluss der Streuung der Schwingungszahl N und der Spannungsamplitude σ_a verhalten, wird im Folgenden ein Szenario beispielhaft betrachtet: Für einen Werkstoff wurden mehrere dehnungsregelte Einstufenversuche bei unterschiedlichen Dehnungsamplituden durchgeführt. Mithilfe dieser Einzelversuche wurden die Dehnungswöhlerlinie und das zyklische Spannungs-Dehnungs-Diagramm durch eine Regressionsrechnung ermittelt. Nun wird einer der Einzelversuche in Bezug auf dessen Lage zu den Kennfunktionen Dehnungswöhlerlinie und zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve hin untersucht. Es soll angenommen werden, dass er bei einer Gesamtdehnungsamplitude von $\varepsilon_{a,ges} = 0,007$ durchgeführt wurde und eine Spannungsamplitude zeigt, die größer ist als die Spannung im zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm. In *Abbildung 5.10a* ist dies durch den Abstand σ_Δ dargestellt. Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass es sich bei dieser Kombination aus Dehnungsamplitude und Spannungsamplitude um ein Beispiel handelt. Die Spannungsamplitude des Einzelversuches könnte ebenso gut kleiner als die zugehörige Spannungsamplitude der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve sein. In *Abbildung 5.10b* und *c* ist statt der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve die elastische Dehnungsamplitude über der plastischen Dehnungsamplitude, doppellogarithmisch bzw. linear, dargestellt. Da die elastische Dehnungsamplitude aus der Spannungsamplitude berechnet wird, findet man den Abstand σ_Δ indirekt auch in *Abbildung 5.10c* wieder, da gelten muss:

$$\varepsilon_{el,\Delta} = \frac{\sigma_\Delta}{E} \quad (5.57)$$

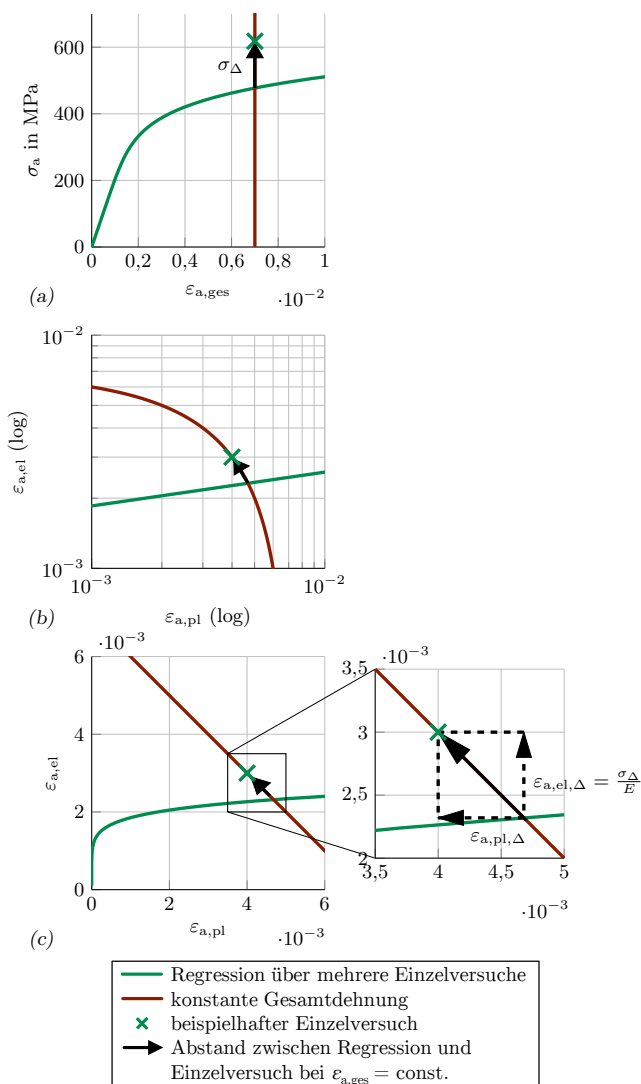


Abbildung 5.10.: Unterschiedliche Darstellungsformen der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve mit einem beispielhaften Einzelversuch

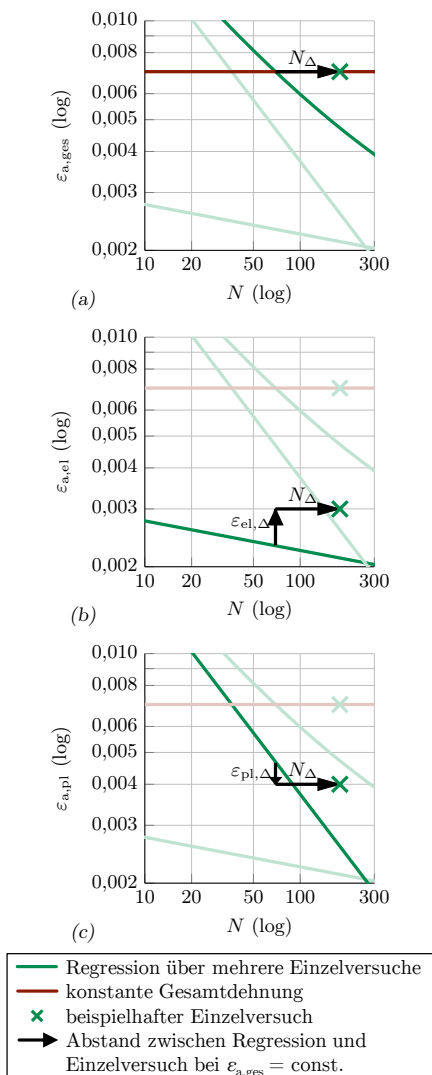


Abbildung 5.11.: Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie mit einem beispielhaften Einzelversuch

Da die Summe aus elastischer und plastischer Dehnungsamplitude immer der Gesamtdehnungsamplitude entspricht, muss bei einem Einzelversuch mit einer elastischen Dehnungsamplitude oberhalb der Ausgleichskurve, die plastische Dehnungsamplitude um den gleichen Betrag kleiner als die Ausgleichskurve sein, *Abbildung 5.10c*:

$$\varepsilon_{\text{pl},\Delta} = -\varepsilon_{\text{el},\Delta} \quad (5.58)$$

Die Größen σ_{Δ} , $\varepsilon_{\text{el},\Delta}$ und $\varepsilon_{\text{pl},\Delta}$ sind voneinander abhängig. Für die Beschreibung der Streuung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve genügt daher die Kenntnis der Streuung der Spannungsamplitude.

5.2.2. Streuung in der Dehnungswöhlerlinie

Zur Betrachtung des Einflusses der Streuung von Einzelversuchen auf die Gesamtdehnungswöhlerlinie wird hier ein Einzelversuch betrachtet, der eine größere Schwingenspielzahl als die Ausgleichskurve aufweist, Abstand N_{Δ} in *Abbildung 5.11a*. Bei Betrachtung des elastischen und plastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie findet man sowohl den Abstand N_{Δ} als auch die aus *Abbildung 5.10c* bekannten Abstände $\varepsilon_{\text{el},\Delta}$ und $\varepsilon_{\text{pl},\Delta}$ wieder, *Abbildung 5.11b* und *c*. Letztere erscheinen aufgrund der logarithmischen Skalierung nun nicht mehr gleich groß.

5.2.3. Fazit

Für die Beschreibung der Streuung zyklischer Kennwerte genügen die Kenntnis der Streuung der Schwingenspielzahl in der Dehnungswöhlerlinie sowie die Streuung der Spannung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve. Die Streuungen der Einzelversuche um den elastischen und plastischen Anteil der Dehnungswöhlerlinie ergeben sich aus den beiden genannten. Diese Aussage gilt allerdings nur unter der Voraussetzung, dass der durch *Gleichung 5.57* unterstellte Zusammenhang zwischen Spannung und elastischer Dehnung zumindest in guter Näherung zutrifft, was im Folgenden unterstellt wird.

5.3. Bewertung von Auswertemethoden anhand von Versuchsergebnissen

Eine Aussage darüber, welche der vorgestellten Varianten zur Bestimmung der zyklischen Kennwerte, Kapitel 5.1, am geeignetsten ist, kann nur eingeschränkt getroffen werden. Die Wahl des Versagenskriteriums beispielsweise ist eine subjektive Entscheidung des Anwenders. Weiterhin können anhand der

Werkstoffdatenbank, in der für die Einzelversuche keine Hysteresen vorliegen, bezüglich des Vorgehens bei der Ermittlung der plastischen Dehnungsamplitude lediglich Variante 1 mit dem E-Modul aus dem Zugversuch und Variante 5 mit dem werkstoffgruppenabhängigen E-Modul miteinander verglichen werden.

Die in der Datenbank vorliegenden Einzelversuche werden mit den drei in Kapitel 5.1.3 beschriebenen Regressionsverfahren (nach SEP, Deming, räumlich) ausgewertet. Dabei wird jedes Regressionsverfahren mit einem werkstoffgruppenabhängigen und alternativ mit dem individuellen E-Modul aus der Werkstoffdatenbank angewendet. Anschließend wird untersucht, wie gut die Einzelversuche durch die so ermittelten zyklischen Kennwerte beschrieben werden. Hierzu wird zum einen die Dehnungswöhlerlinie betrachtet, zum anderen die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve. Für die Dehnungswöhlerlinie liegt in der Werkstoffdatenbank für jeden Einzelversuch eine experimentelle Lebensdauer N_{exp} vor. Zum Vergleich wird die zu der Gesamtdehnungsamplitude jedes Einzelversuchs gehörende mittlere Schwingspielzahl $N_{\text{exp,m}}$ mit den zyklischen Kennwerten berechnet, *Abbildung 5.12a*. $N_{\text{exp,m}}$ ist daher abhängig von der Auswertemethode. Für jeden Einzelversuch liegt somit ein Wertepaar aus N_{exp} und $N_{\text{exp,m}}$ vor, für das der faktorielle Abstand bestimmt wird. Dieser wird durch den Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ ausgedrückt. Aus allen Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ können nun der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T bestimmt werden. Mit diesen beiden Größen können die Güten der verschiedenen Auswertemethoden bewertet werden. Werden alle Einzelversuche durch die ermittelte Dehnungswöhlerlinie gut beschrieben, sollte m etwa 1 und die Streuspanne größer aber nahe 1 sein.

Analog wird für die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve vorgegangen, wobei Mittelwert und Streuspanne für die Quotienten $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp,m}}$ bestimmt werden, *Abbildung 5.12b*.

Bei den Regressionsverfahren, die mit einem werkstoffgruppenabhängigen E-Modul durchgeführt werden, wird für Stahl $E = 206$ GPa und für Aluminium $E = 70$ GPa gewählt. Die individuellen E-Moduln stammen aus der Werkstoffdatenbank und sind den entsprechenden Quellen entnommen wurden. Ob es sich bei diesen in allen Fällen um Ergebnisse aus Versuchen oder ggf. Abschätzungen handelt, ist in den meisten Fällen unklar.

Für die Versuche in der Werkstoffdatenbank wurden unterschiedliche Abbruchschwingspielzahlen verwendet. Einige Versuchsergebnisse liegen weit im Dauerfestigkeitsbereich, bei anderen wurde der Versuch bereits im Zeitfestigkeitsbereich ohne das Auftreten eines Versagens abgebrochen. Für die folgenden Auswertungen wird daher eine Festlegung getroffen: Für Stahl wird in Anlehnung an [Bäum 90] eine Abknickschwingspielzahl zur Dauerfestigkeit $N_D = 5 \cdot 10^5$ und für Aluminium $N_D = 10^6$ angesetzt. Einzelversuche in der

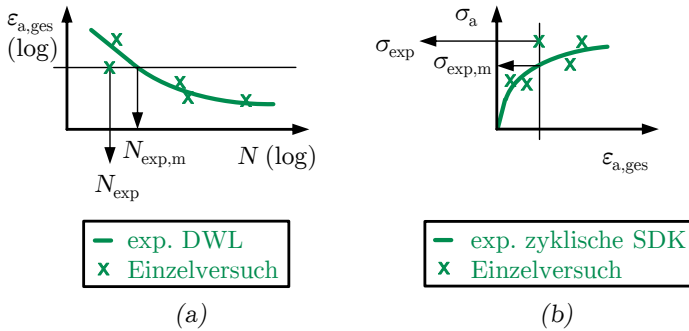


Abbildung 5.12.: (a) Ermittlung von $N_{exp,m}$ und N_{exp} für einen Einzelversuch in der Dehnungswöhlerlinie,
 (b) Ermittlung von $\sigma_{exp,m}$ und σ_{exp} für einen Einzelversuch in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve

Werkstoffdatenbank mit Schwingenspielzahlen größer der Grenzschwingenspielzahl werden bei der Auswertung nicht berücksichtigt. Dasselbe gilt für Versuche, die bereits vor Erreichen von N_D ohne Versagen der Probe abgebrochen wurden. Die sich für die untersuchten Auswertemethoden ergebenden Streuspannen sind in *Tabelle 5.1* getrennt nach Stahl und Aluminium zusammengefasst. Auf die Ausweisung der logarithmischen Mittelwerte wird verzichtet, da diese unabhängig von der Auswertemethode nur wenig von 1 abweichen. Es kann festgehalten werden, dass alle drei Auswertemethoden erwartungstreue Ergebnisse liefern. Da sich die Wahrscheinlichkeitsnetze mit den Verteilungen der Quotienten $N_{exp}/N_{exp,m}$ bzw. $\sigma_{exp}/\sigma_{exp,m}$ für die drei Regressionsverfahren bei Anwendung eines werkstoffgruppenabhängigen E-Moduls nur unwesentlich von denen bei Anwendung des individuellen E-Moduls unterscheiden, sind in *Abbildung 5.13* nur erstere dargestellt. In *Tabelle 5.1* sind neben der Streuspanne der Gesamtdehnungswöhlerlinie in Schwingenspielzahlrichtung T_N und der Streuspanne der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve in Richtung der Spannung T_σ zusätzlich die Streuspannen um den elastischen und plastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie in Schwingenspielzahlrichtung angegeben. Diese Werte sind lediglich der Vollständigkeit halber angegeben. Sie können in den noch folgenden Kapiteln als Vergleichswerte dienen.

Für Stahl ergeben sich bei der Auswertung mit einem werkstoffgruppenspezifischen E-Modul $E = 206 \text{ GPa}$ für allen drei Methoden geringfügig kleinere

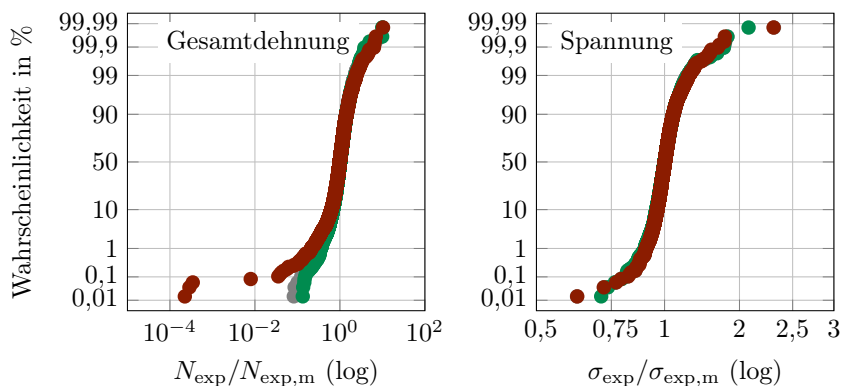
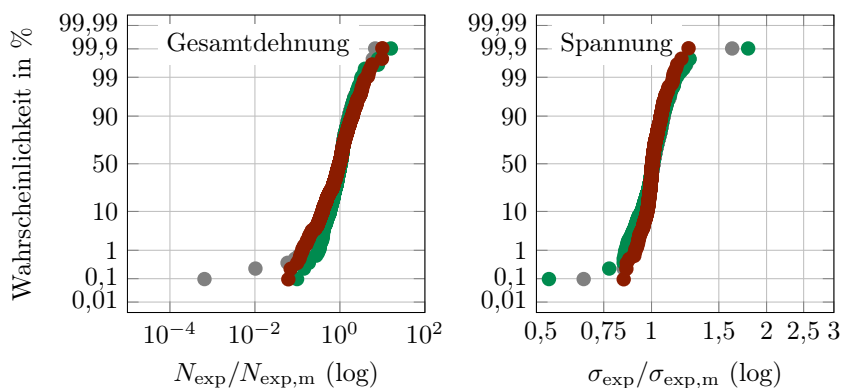
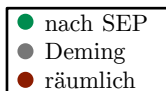

 (a) Stahl ($E = 206 \text{ GPa}$)

 (b) Aluminium ($E = 70 \text{ GPa}$)


Abbildung 5.13.: Verteilungen der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ bzw. $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp,m}}$ in der Dehnungswöhlerlinie bzw. zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve bei Anwendung des werkstoffgruppenspezifischen E-Moduls

Regression	E-Modul	T_N für elas- tischen Deh- nungsanteil	T_N für plas- tischen Deh- nungsanteil	T_N in Gesamt- DWL	T_σ in zyk- lischer SDK
nach SEP	aus Werkstoff-DB 206 GPa	2,91	2,33	2,10	1,10
		2,89	2,28	2,09	1,10
Deming- Regression	aus Werkstoff-DB 206 GPa	3,01	2,35	2,13	1,10
		2,97	2,31	2,11	1,09
räumlich	aus Werkstoff-DB 206 GPa	3,07	2,55	2,33	1,09
		3,01	2,41	2,27	1,09
(a) Stahl					
Regression	E-Modul	T_N für elas- tischen Deh- nungsanteil	T_N für plas- tischen Deh- nungsanteil	T_N in Gesamt- DWL	T_σ in zyk- lischer SDK
nach SEP	aus Werkstoff-DB 70 GPa	5,50	4,92	2,97	1,12
		5,78	3,72	3,00	1,13
Deming- Regression	aus Werkstoff-DB 70 GPa	6,54	5,85	3,21	1,12
		6,92	4,17	3,28	1,13
räumlich	aus Werkstoff-DB 70 GPa	6,43	7,41	4,47	1,08
		6,95	6,23	5,07	1,09
(b) Aluminium					

Tabelle 5.1.: Streuspannen der Einzelversuche um die Dehnungs-
wöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-
Kurve bei Verwendung verschiedener Auswertemetho-
den

bzw. gleich große Streuspannen, sowohl bei Betrachtung der Schwingenspielzahl in der Gesamtdehnungswöhlerlinie bzw. der Spannung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve. Da der Ursprung der Werte für die E-Moduln aus den Quellen der Werkstoffdatenbank z.T. fraglich ist, kann dies nur bedingt als Hinweis darauf gedeutet werden, dass E-Moduln, die z.B. in Zugversuchen ermittelt wurden, im Mittel zu zyklischen Kennwerten führen, die die Einzelversuche schlechter beschreiben als solche, die mit werkstoffgruppenspezifischen E-Moduln ermittelt wurden. Sehr wohl macht dies aber die Unsicherheit bei der Bestimmung des E-Moduls deutlich.

Für Aluminium lässt sich erkennen, dass die Verwendung des werkstoffgruppen-

spezifisch gewählten E-Moduls $E = 70$ GPa in allen Fällen zu etwas größeren Streuspannen führt, als der aus der Werkstoffdatenbank entnommene. Während diese Unterschiede bei der Regression nach SEP und der Deming-Regression vernachlässigbar sind, steigt die Streuspanne der Lebensdauer in der Gesamtdehnungswöhlerlinie bei Verwendung der räumlichen Regression etwas stärker an.

Bei Betrachtung von *Tabelle 5.1* lassen sich die folgenden Tendenzen erkennen, die unabhängig davon sind, ob der E-Modul aus der Werkstoffdatenbank entnommen oder werkstoffgruppenspezifisch gewählt wird. Sowohl für Stahl als auch für Aluminium liefert die Auswertung nach SEP für die Schwingspielzahl in der Gesamtdehnungswöhlerlinie die geringsten Streuspannen. Die Streuspannen für die Deming-Regression sind etwas größer und am größten für die räumliche Regression. Bei Stahl sind die Unterschiede zwischen den drei Methoden jedoch eher gering.

Die Streuspannen für die Spannungsamplitude im zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm sind zum einen sehr viel kleiner als die der Schwingspielzahl in der Gesamtdehnungswöhlerlinie. Für Stahl liegen die Werte sehr eng bei einander, wobei die räumliche Regression geringfügig bessere Ergebnisse liefert. Bei Aluminium ist diese Tendenz etwas ausgeprägter.

Für eine große Streuspanne in Lebensdauerrichtung T_N ist direkt ein erheblicher negativer Einfluss auf die Güte der Lebensdauerabschätzung zu erwarten. Die kleinsten Streuspannen für T_N ergeben sich sowohl für Stahl als auch für Aluminium mit der Regression nach SEP. Die geringfügig kleineren Streuspannen der Spannungsamplitude im zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm, die sich bei den anderen beiden Methoden ergeben, werden mit einer, vor allem für Aluminium, erheblichen Zunahme der Streuung der Schwingspielzahl in der Gesamtdehnungswöhlerlinie erkauft. Aus diesem Grund wird empfohlen, die Auswertung nach SEP durchzuführen. Da die Regression nach SEP mit werkstoffgruppenspezifischem E-Modul für Stahl zu den geringeren Streuspannen T_N in der Gesamtdehnungswöhlerlinie führt und für Aluminium zu nur geringfügig größeren im Vergleich zur Regression mit dem aus der Werkstoffdatenbank entnommenen, wird dieses Vorgehen empfohlen.

Auf diese Weise werden die in der Werkstoffdatenbank vorhandenen, im dehnungsgeregelten Versuch bis Anriss ermittelten Einzelergebnisse neu ausgewertet. Diese neu ausgewerteten Datensätze bilden die Grundlage für die Bewertungen in den folgenden Kapiteln.

5.4. Wertebereiche und Abhängigkeiten der zyklischen Kennwerte

Nachdem die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Einzelversuche entsprechend der Empfehlung aus Kapitel 5.3 (Regression nach SEP mit werkstoffgruppenspezifischem E-Modul) neu ausgewertet wurden, wird in diesem Abschnitt untersucht, in welchen Wertebereichen zyklische Kennwerte auftreten. Hierzu sind die Verteilungen der vier Kennwerte σ'_f , b , ε'_f , c , K' und n' für die Werkstoffgruppen Stahl und Aluminium in *Abbildung 5.14* und *Abbildung 5.15* dargestellt. In *Tabelle 5.2* sind der logarithmische Mittelwert m , das 10%- und 90%-Quantil sowie der größte und kleinste Wert für den jeweiligen zyklischen Kennwert angegeben.

Außerdem wird untersucht, wie groß die Streuung der Einzelversuche um die Dehnungswöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve für die beiden Werkstoffgruppen im Mittel der Versuchsreihen ist und wie stark die Streu-

Kennwert	m	$Q_{10\%}$	$Q_{90\%}$	min.	max.
σ'_f in MPa	916,1	508,6	1.600	144,2	9.367
b	-0,0853	-0,1297	-0,0567	-0,2848	-0,0328
ε'_f in MPa	0,4904	0,1157	2,075	0,0087	47,69
c	-0,5738	-0,7667	-0,4151	-1,301	-0,170
K' in MPa	1.071	623,7	1.970	194,5	8.697
n' in MPa	0,1487	0,0896	0,2582	0,0390	0,5895
σ_0 in MPa bei $N_{0\sigma} = 3.000$	418,3	260,2	676,1	84,97	1.497
ε_{p0} bei $N_{0\varepsilon p} = 600$	0,0074	0,0044	0,0119	0,0011	0,0260

(a) Stahl

Kennwert	m	$Q_{10\%}$	$Q_{90\%}$	min.	max.
σ'_f in MPa	685,0	449,5	1.048	122,9	1.466
b	-0,1087	-0,1460	-0,0740	-0,2116	-0,0579
ε'_f in MPa	1,737	0,1886	13,74	0,0351	73,74
c	-0,8756	-1,205	-0,590	-1,515	-0,2762
K' in MPa	669,3	450,4	1.020	149,9	3.397
n' in MPa	0,1241	0,0803	0,1843	0,0640	0,4337
σ_0 in MPa bei $N_{0\sigma} = 300$	333,0	280,4	489,9	68,6	592,5
ε_{p0} bei $N_{0\varepsilon p} = 600$	0,0027	0,00093	0,0061	0,00029	0,0088

(b) Aluminium

Tabelle 5.2.: Wertebereiche zyklischer Kennwerte

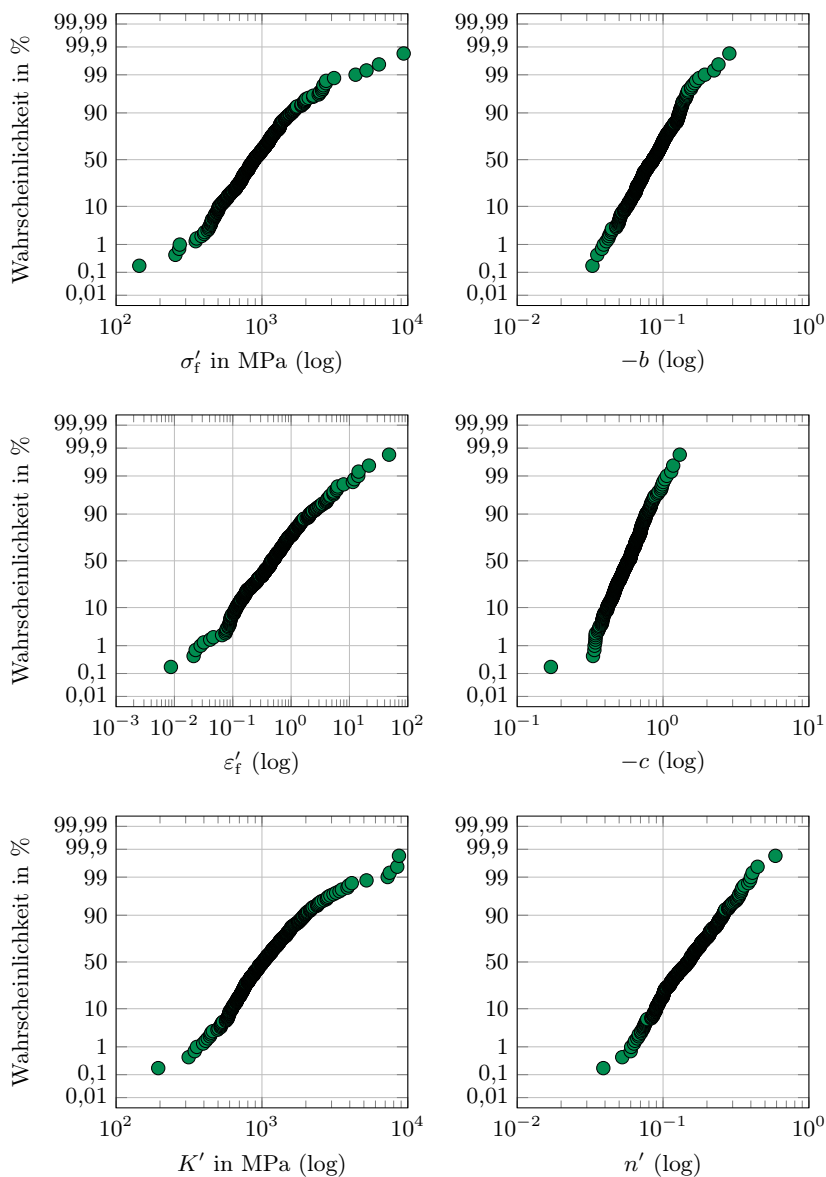


Abbildung 5.14.: Verteilungen zyklischer Kennwerte für Stahl
(Ausfallwahrscheinlichkeit $P_A = 50\%$)

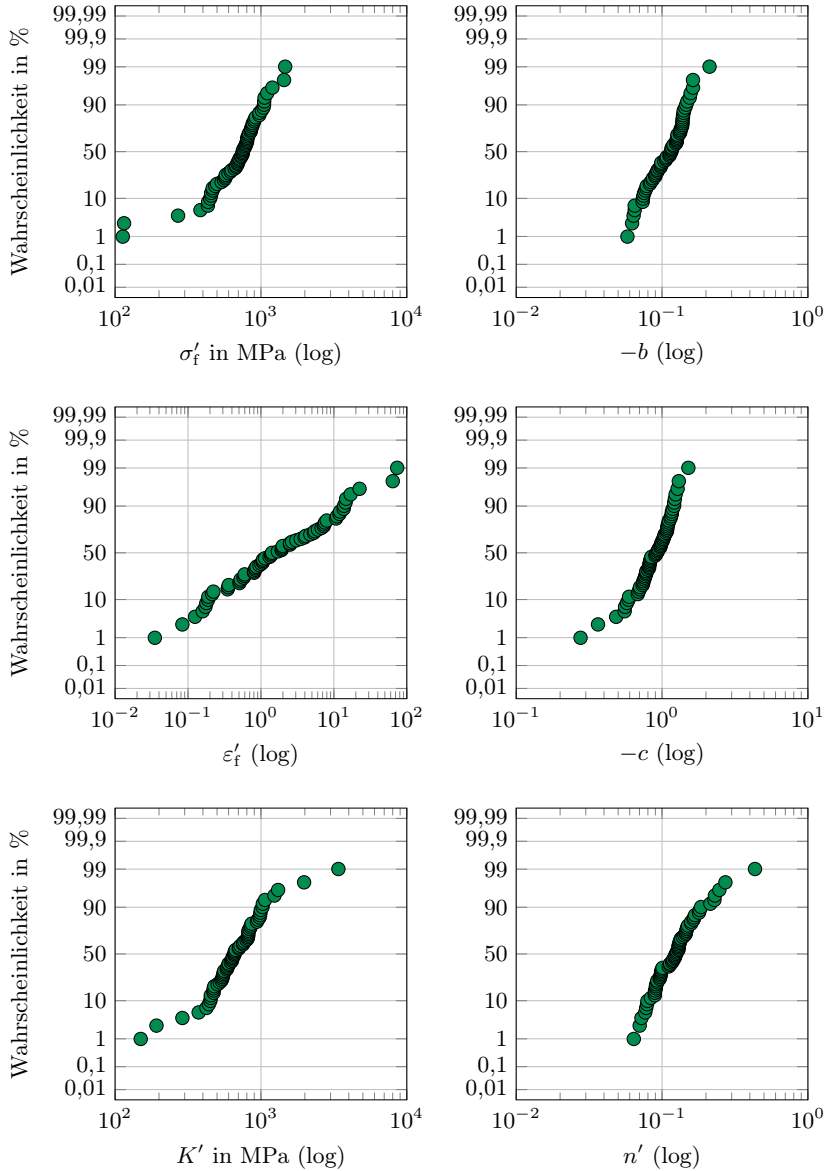


Abbildung 5.15.: Verteilungen zyklischer Kennwerte für Aluminium (Ausfallwahrscheinlichkeit $P_A = 50\%$)

ung selbst streut. Als Größe für die Streuung wird die logarithmische Standardabweichung gewählt.

Für die Berechnung der Standardabweichung werden zunächst die Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ bzw. $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp,m}}$ gebildet, vergleiche Kapitel 5.3 und *Abbildung 5.12*. Mithilfe von *Gleichung 5.59* wird die Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung dieser Quotienten berechnet¹.

$$\begin{aligned} s_{\log} &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum \left(\lg \left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp,m}}} \right) \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum (\lg(N_{\text{exp}}) - \lg(N_{\text{exp,m}}))^2} \end{aligned} \quad (5.59)$$

n ist dabei der Stichprobenumfang. Da der Schätzer für die Standardabweichung in *Gleichung 5.59* für kleine Stichprobenumfänge nicht erwartungstreu ist, werden die berechneten Werte mit *Gleichung 5.60* korrigiert, [Mart 11b].

$$s_{\log,\text{kor}} = s_{\log} \frac{n-1,74}{n-2} \quad (5.60)$$

Die Verteilungen der Standardabweichungen sind in *Abbildung 5.16* dargestellt. Die Mittelwerte und Streuspannen liegen in *Tabelle 5.3* vor. Zusätzlich sind dort auch die Standardabweichungen der Standardabweichungen angegeben, um die ermittelten Werte mit den Angaben von Adenstedt, [Aden 01], vergleichen zu können, *Tabelle 5.4*. Die von Adenstedt ermittelten Werte gelten für Bauteil- und Probenwöhlerlinien (gekerbt und ungekerbt), die spannungsgeregelt zum Teil bis Anriss, z.T. bis Bruch durchgeführt wurden. Der Vergleich ist daher nur bedingt zulässig, allerdings zeigt sich beim Vergleich von $s_{\log,N,\text{kor}}$, *Tabelle 5.3*, und $s_{\log,\leftrightarrow}$, *Tabelle 5.4*, bzw. von $s_{\log,\sigma,\text{kor}}$, *Tabelle 5.3*, und $s_{\log,\updownarrow}$,

¹ Beim Regressieren sinkt die Anzahl der statistischen Freiheitsgrade entsprechend der Anzahl der zu schätzenden Parameter. Bei einer Geraden oder einer Potenzfunktion, wie sie z.B. für die Nennspannungswöhlerlinie verwendet wird, sind dies die beiden Parameter Lage und Neigung. Soll nun mit derselben Stichprobe, mit der bereits die Regression durchgeführt wurde, die Standardabweichung geschätzt werden, so ist für die Schätzung der Divisor ($n-2$) zu verwenden, da die Anzahl der Freiheitsgrade der Stichproben um zwei reduziert wurde, [Brow 65] und [Mart 11b]. Mit derselben Begründung könnte argumentiert werden, dass für die Schätzung der Standardabweichung in der Dehnungswöhlerlinie der Divisor ($n-4$) zu verwenden ist, da zur Beschreibung des Coffin-Manson-Ansatzes die vier Parameter σ'_f/E , ε'_f , b und c zu bestimmen sind. Tatsächlich lassen sich die Parameter der Coffin-Manson-Gleichung aber mit nur zwei Versuchsergebnissen aus dehnungsgeregelten Versuchen festlegen, sodass bei der Regression lediglich zwei Freiheitsgrade verloren gehen und der Divisor ($n-2$) verwendet werden kann. Dies lässt sich dadurch erklären, dass bei einem dehnungsgeregelten Einzelversuch drei Größen (ε_a , σ_a und N), anstatt nur zwei wie bei der Nennspannungswöhlerlinie, ermittelt werden, die alle drei bei der Auswertung verwendet werden.

Werkstoffgr.	Größe X	$m(X)$	$Q_{10\%}(X)$	$Q_{90\%}(X)$	$T(X)$	$s_{\log}(X)$	Anz. Datens.
Stahl	$s_{\log, N, \text{korr}}$	0,1301	0,0692	0,2499	3,61	0,224	430
	$s_{\log, \sigma, \text{korr}}$	0,0140	0,0073	0,0278	3,81	0,297	
Aluminium	$s_{\log, N, \text{korr}}$	0,1780	0,1048	0,3494	3,34	0,217	56
	$s_{\log, \sigma, \text{korr}}$	0,0196	0,0059	0,0426	7,24	0,346	

Tabelle 5.3.: Mittelwerte und Streuungen der Standardabweichungen der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ und $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp,m}}$

Tabelle 5.4, dass die Standardabweichungen der Standardabweichungen in der gleichen Größenordnung liegen und die Mittelwerte der Standardabweichungen bei den in dieser Arbeit untersuchten dehnungsgeregelten Versuchen an ungekerbten Proben etwas größer sind.

Ein weiterer Aspekt, der untersucht werden soll, da er für die später folgenden Untersuchungen zur Abschätzung zyklischer Kennwerte von Bedeutung ist, ist, ob es Abhängigkeiten der zyklischen Kennwerte untereinander gibt. Hierzu sind die Kennwerte in *Abbildung 5.17* gegeneinander aufgetragen. Weder zwischen den Koeffizienten σ'_f und ε'_f noch zwischen den Exponenten b und c lassen sich ausgeprägte Zusammenhänge erkennen. Anders ist dies zwischen den Größen σ'_f und b , zwischen denen sich ein zwar wenig ausgeprägter, aber dennoch erkennbarer Zusammenhang zeigt. Zwischen ε'_f und c ist eine Korrelation klar erkennbar. Die Beträge der Exponenten nehmen mit denen der Koeffizienten zu.

Kategorie	$m(s_{\log, \leftrightarrow})$	$s_{\log}(s_{\log, \leftrightarrow})$	$m(s_{\log, \updownarrow})$	$s_{\log}(s_{\log, \updownarrow})$
Anriss, Stahl und Aluminiumknet., gekerbt und ungekerbt	0,105	0,268	0,018	0,233
Stahl, Anriss und Bruch, gekerbt und ungekerbt	0,097	0,284	0,019	0,246
Aluminiumknet., Anriss und Bruch, gekerbt und ungekerbt	0,091	0,290	0,020	0,270

Tabelle 5.4.: Mittelwerte und Standardabweichungen von Standardabweichungen in Lebensdauerrichtung (\leftrightarrow) und in Lastrichtung (\updownarrow) aus [Aden 01]

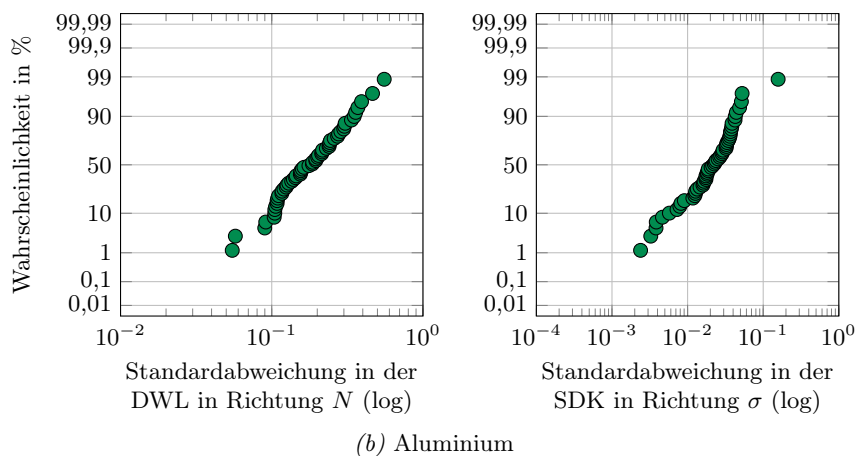
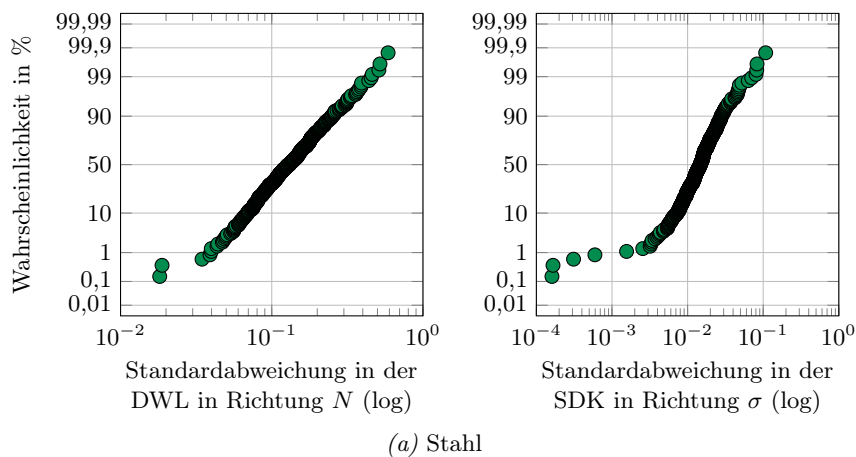


Abbildung 5.16.: Verteilung der Standardabweichungen der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ und $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp,m}}$

Werden bei der Werkstoffgruppe Stahl die Stützstellen des elastischen und plastischen Dehnungsanteils nicht bei $N = 0,5$ gewählt, sondern bei höheren Schwingenspielzahlen ausgewertet, so lassen sich Werte für $N_{0\sigma}$ und $N_{0\varepsilon_P}$ finden, bei denen die Zusammenhänge zwischen den Koeffizienten und Exponenten der beiden Dehnungsanteile nicht mehr wiederzufinden sind. Die genaue Festlegung auf exakte Schwingenspielzahlen ist allerdings nicht möglich, die Schwingenspielzahlbereiche lassen sich nur grob auf etwa eine Dekade einschränken. Mit dem

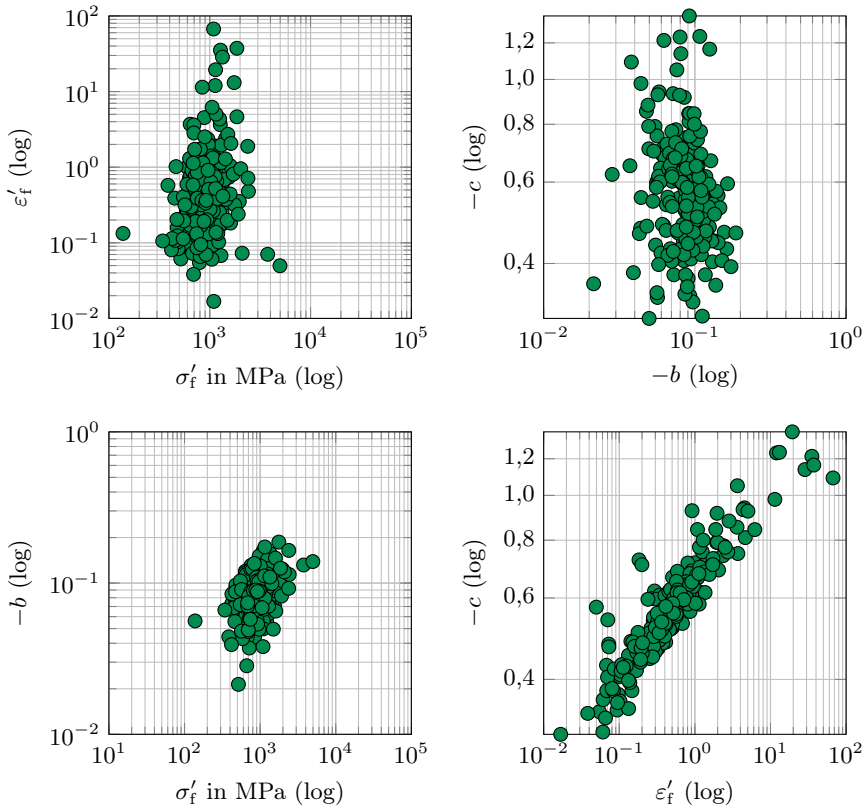


Abbildung 5.17.: Zusammenhänge der zyklischen Kennwerte für Stahl untereinander

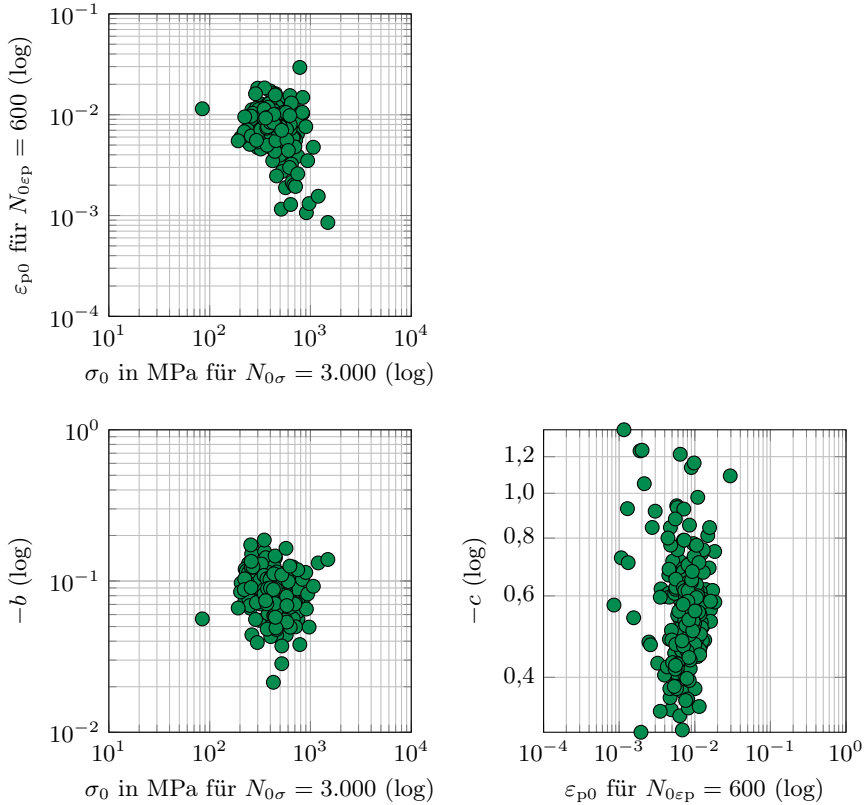


Abbildung 5.18.: Zusammenhänge zwischen den zyklischen Kennwerten für Stahl für die Stützstellen $N_{0\sigma} = 3.000$ und $N_{0\varepsilon p} = 600$

Wissen aus dem noch folgenden Kapitel 7.4.1 werden die beiden Schwingungsspielzahlen $N_{0\varepsilon p} = 600$ für den plastischen Dehnungsanteil und $N_{0\sigma} = 3.000$ für den elastischen Dehnungsanteil gewählt. Diese liegen jeweils etwa in der Mitte des in Frage kommenden Bereiches. Die Zusammenhänge zwischen den zyklischen Kennwerten bei diesen Stützstellen sind in *Abbildung 5.18* dargestellt. Die in *Abbildung 5.17* erkennbaren Abhängigkeiten verschwinden.

Dieser Effekt lässt sich damit erklären, dass die Zusammenhänge zwischen σ'_f

und b bzw. zwischen ε'_f und c auf Fehlschätzungen in der Regression zurückzuführen sind. Die Schwingenspielzahl $N_0 = 0,5$ liegt relativ weit vom mit Einzelversuchen belegten Bereich entfernt. Es muss bei der Angabe des Koeffizienten bei $N_0 = 0,5$ über einen weiten Schwingenspielzahlbereich extrapoliert werden. Die mit der Extrapolation verbundenen Fehler führen zu Kombinationen aus überschätzten Koeffizienten und steileren Neigungen bzw. unterschätzten Koeffizienten und flacheren Neigungen. Dass die Schwingenspielzahl $N_{0\text{ep}}$ für den plastischen Dehnungsanteil kleiner ist als $N_{0\sigma}$ für den elastischen Dehnungsanteil lässt sich (zumindest für Stahl) damit erklären, dass kleine plastische Dehnungen bei der Auswertung der Versuche vernachlässigt werden und der Schwerpunkt der Versuchsergebnisse für den plastischen Dehnungsanteil daher bei kleineren Schwingenspielzahlen liegt als der für den elastischen Dehnungsanteil. Ob dies wirklich die Erklärung für diese Beobachtung sein kann, wird in Kapitel 7.4.1 noch einmal aufgegriffen. Die Wertebereiche der Größen σ_0 und ε_{p0} sind ebenfalls in *Tabelle 5.2* aufgenommen.

Prinzipiell lassen sich auch für Aluminium ähnliche Zusammenhänge zwischen σ'_f und b bzw. zwischen ε'_f und c finden. Auch diese verschwinden, wenn die Stützstellen bei größeren Schwingenspielzahlen gewählt werden. Ebenso wie bei Stahl, werden die Schwingenspielzahlen $N_{0\text{ep}}$ und $N_{0\sigma}$, für die die Koeffizienten in *Tabelle 5.2* angegeben sind, in Anlehnung an die Untersuchungen in Kapitel 7.4.1 gewählt.

5.5. Bewertung von Auswertemethoden mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen

Die Ableitung der Empfehlungen für die geeignete Auswertemethode zyklischer Kennwerte in Kapitel 5.3 basiert darauf, wie gut die Einzelversuche durch die mittleren Kurven beschrieben werden. Bei diesem Vorgehen kann die Auswertemethode allerdings nur anhand der Stichprobe bewertet werden, nicht jedoch anhand der (unbekannten) Grundgesamtheit (GG), aus der die Stichprobe entstammt und deren Parameter mit den Regressionen abgeschätzt werden sollen. Ein Werkzeug, mit dem die Bewertung anhand einer Grundgesamtheit ermöglicht wird, ist die sogenannte Monte-Carlo-Simulation. Hierbei werden Zufallsexperimente mit einer vorgegebenen Grundgesamtheit durchgeführt. Bereits Hück hat Monte-Carlo-Simulationen verwendet, um die Auswertung von Treppenstufenversuchen zu verbessern, [Hück 83]. Auch in neueren Beiträgen, kommt die Monte-Carlo-Methode immer wieder zum Einsatz, um Aussagen zur Treffsicherheit von Prüf- oder Auswertemethoden in der Betriebsfestigkeit abzuleiten: [Poll 06], [Mart 11a], [Mart 11b], [Müll 12], [Müll 14], [Ellm 15], [Stör 15]. Be-

sonders sei auf Müller verwiesen, der detaillierte Betrachtungen zur Auswertung von Wöhlerlinien im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich vornimmt und abhängig von Stichprobenumfang und Verteilung der Einzelversuche im Lebensdauerbereich Sicherheitsfaktoren ermittelt, [Müll 15].

Da die Grundgesamtheit i.d.R. unbekannt ist, wenn Monte-Carlo-Simulationen angewendet werden, müssen Näherungswerte zu deren Beschreibung gefunden werden. Im vorliegenden Fall werden hierzu die Erkenntnisse zu den Wertebereichen zyklischer Kennwerte aus Kapitel 5.4 verwendet. Aus der damit bekannten Grundgesamtheit werden mithilfe von im Rechner erzeugten Pseudozufallszahlen synthetische Versuchsreihen erzeugt, die ebenso, wie die echten Versuchsreihen aus Einzelversuchen mit den Wertetriplets ε_a , σ_a und N bestehen und damit genauso ausgewertet werden können. So ist es mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen möglich, die vorgestellten Auswertemethoden auch anhand einer bekannten Grundgesamtheit zu bewerten. Damit steht eine Alternative zum Vorgehen in Kapitel 5.3 zur Verfügung.

In den folgenden Abschnitten wird zunächst das verwendete Simulationsmodell zur Erzeugung der synthetischen Versuchsreihen genauer beleuchtet, das Vorgehen bei der Gütebewertung erläutert und zum Schluss dieses Kapitels werden die Simulationsergebnisse vorgestellt.

5.5.1. Simulationsmodell

In Kapitel 5.4 werden Angaben zu den Wertebereichen der zyklischen Kennwerte gemacht, die in der Werkstoffdatenbank vorliegen. Zur Festlegung einer konkreten Verteilungsfunktion genügen die dortigen Angaben jedoch nicht. Daher wird die in der Betriebsfestigkeit übliche Annahme, die in [Müll 15] für den Zeitfestigkeitsbereich bereits nachgewiesen wurde, getroffen, dass die im Folgenden benötigten Größen einer logarithmischen Normalverteilung folgen:

- Stützstelle des elastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie $\frac{\sigma_0}{E}$ bei $N_{0\sigma} = 3.000$
- zyklischer Schwingfestigkeitsexponent b
- Stützstelle des plastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie ε_0 bei $N_{0\varepsilon p} = 600$
- zyklischer Duktilitätsexponent c
- log. Standardabweichung der Einzelversuche in der Dehnungswöhlerlinie in Richtung der Schwingspielzahl $s_{\log, N}$
- log. Standardabweichung der Einzelversuche in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve in Richtung der Spannungsamplitude $s_{\log, \sigma}$

Für die folgenden Monte-Carlo-Simulationen werden die Wertebereiche der zyklischen Kennwerte der Werkstoffgruppe Stahl verwendet. Zusätzlich zu den oben angegebenen Größen muss auch für den E-Modul eine Verteilung unterstellt werden, auch wenn immer derselbe Wert (206 GPa) in der Auswertung verwendet wird. Hierzu werden wiederum die in der Werkstoffdatenbank enthaltenen Werte herangezogen. Die zur Beschreibung der Verteilung benötigten Parameter logarithmischer Mittelwert m und Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung s_{\log} sind in *Tabelle 5.5* angegeben. Die Exponenten b und c sind in *Tabelle 5.5* mit einem negativen Vorzeichen versehen, da sich mit negativen Werten keine logarithmische Normalverteilung erzeugen lässt.

Bei der Simulation der Versuchsreihen wird folgendermaßen vorgegangen, s. *Abbildung 5.19*: Zunächst werden mithilfe der Verteilungsparameter in *Tabelle 5.5* zufällige Werte für die Größen σ_0 , b , ε_{p0} , c und E erzeugt. Da die Stützstellen für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil bei $N_{0\sigma} = 3.000$ und $N_{0\varepsilon p} = 600$ gewählt werden, müssen keine Zusammenhänge der zyklischen Kennwerte untereinander berücksichtigt werden, siehe Kapitel 5.4. Mit den erzeugten Kennwerten kann eine zufällige, mittlere Dehnungswöhlerlinie beschrieben werden. Über die Kompatibilitätsbedingungen, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*, ergibt sich gleichzeitig eine mittlere zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve. Zur Festlegung der Streubänder der Schwingspielzahl in der Dehnungswöhlerlinie und der Spannungsamplitude in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve werden wiederum zufällige Werte für die Standardabweichungen $s_{\log, N, \text{vor}}$ und $s_{\log, \sigma, \text{vor}}$ erzeugt. Die beiden Größen sind mit dem Index vor (für vorgegeben) versehen, da sie in der späteren Bewertung als Referenzwerte dienen. Wird das in Kapitel 5.2 eingeführte Streumodell zugrunde gelegt, so werden durch die Be-

Größe X	$m(X)$	$s_{\log}(X)$
σ_0 bei $N_{0\sigma} = 3.000$ in MPa	418	0,165
ε_{p0} bei $N_{0\varepsilon p} = 600$	0,0074	0,199
$-b$	0,0853	0,142
$-c$	0,574	0,109
E in MPa	205.810	0,0224
$s_{\log, N}$	0,130	0,224
$s_{\log, \sigma}$	0,014	0,297

Tabelle 5.5.: Mittelwert und Streuspanne der für die Simulation vorgegebenen Grundgesamtheit

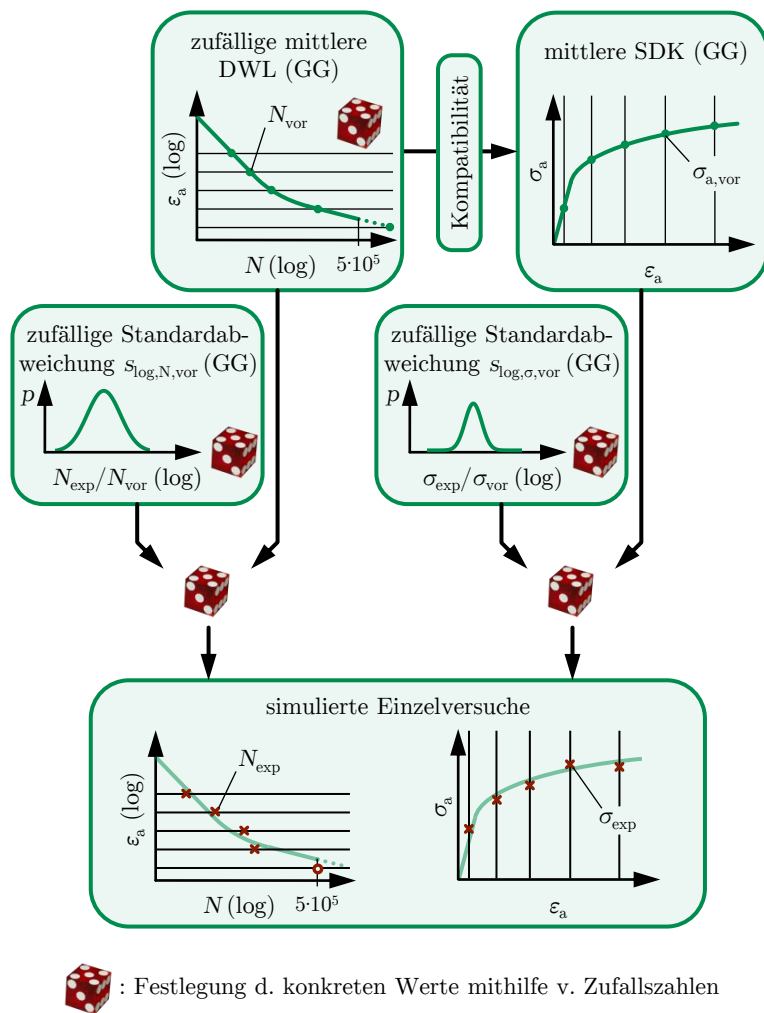


Abbildung 5.19.: Modell für die Simulation von dehnungsgeregelten Einzelversuchen (beispielhaft für eine Versuchsreihe mit 5 Einzelversuchen)

rücksichtigung der beiden Streuungen in Richtung N und σ_a automatisch auch die Streuungen des elastischen und plastischen Anteils in der Dehnungswöhlerlinie abgebildet.

Um nun zu den Einzelversuchen zu gelangen, werden, wie im realen Versuch, Dehnungshorizonte festgelegt, auf denen die synthetischen Versuche durchgeführt werden. In den Simulationen wird so vorgegangen, dass der Stichprobenumfang für die Versuchsreihen – im realen Experiment wären dies die zur Verfügung stehenden Proben – zwischen acht und 20 variiert wird. Innerhalb einer Versuchsreihe wird jeder Versuch auf einem separaten Dehnungshorizont durchgeführt. Die Dehnungshorizonte werden entsprechend des Stichprobenumfangs zwischen 0,1% und 1% logarithmisch äquidistant gewählt. D.h. zwischen benachbarten Dehnungshorizonten einer Versuchsreihe liegt immer derselbe Faktor. Nun werden für jeden Dehnungshorizont die durch die mittleren Kurven festgelegten mittleren Schwingspielzahlen N_{vor} und die mittleren Spannungsamplituden σ_{vor} berechnet. Mithilfe der Werte N_{vor} und σ_{vor} , die als Mittelwerte für die Verteilungen dienen sowie den Standardabweichungen $s_{\log, N, \text{vor}}$ $s_{\log, \sigma, \text{vor}}$ können nun zufällige Wert für N und σ_a bestimmt werden, die um die mittleren Kurven streuen. Die so simulierten Werte werden als N_{exp} und σ_{exp} bezeichnet. Sofern sich für N_{exp} Werte ergeben, die größer $5 \cdot 10^5$ sind, werden diese Einzelversuche zum Durchläufer und in der späteren Auswertung nicht berücksichtigt.

5.5.2. Simulation und Auswertung der Ergebnisse

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, werden zur Simulation von Einzelversuchen mehrmals zufällig Werte aus einer vorgegebenen Verteilung (Grundgesamtheit) gezogen. Hierzu werden im Rechner generierte Zufallszahlen (Pseudozufallszahlen) verwendet. Diese werden durch den in Matlab integrierten Zufallsgenerator Mersenne-Twister, [Mats 98], erzeugt, der sich durch eine sehr große Periodenlänge auszeichnet und damit Pseudozufallszahlen erzeugt, die echten Zufallszahlen sehr nahe kommen. Der Zufallsgenerator erzeugt zunächst zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallszahlen. Mithilfe der Vorgabe von Mittelwert und Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung werden die gleichverteilten Zufallszahlen in Zufallszahlen einer konkreten logarithmischen Normalverteilung umgerechnet.

Anders als bei den Betrachtungen in Kapitel 5.3 ist bei der Simulation die Verteilung der Grundgesamtheit bekannt. Für die Bewertung der drei Auswertemethoden werden daher die vorgegebenen Größen mit den experimentellen verglichen. Dies erfolgt separat für Dehnungswöhlerlinie und zyklisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm. In der Dehnungswöhlerlinie werden die mittleren experimentellen Schwingspielzahlen $N_{\text{exp}, m}$, die sich aus der Regression

ergeben, mit der vorgegebenen Schwingenspielzahl N_{vor} verglichen. Dies erfolgt mithilfe der Quotienten $N_{\text{vor}}/N_{\text{exp,m}}$. Für die n Quotienten einer Versuchsreihe wird jeweils der logarithmische Mittelwert m_N und die logarithmische Standardabweichung $s_{\log,N}$ berechnet. Bei einer idealen Auswertemethode ergibt sich im Mittel aller Wiederholungen $m_N = 1$ und $s_{\log,N} = s_{\log,N,\text{vor}}$ bzw. $s_{\log,N,\text{vor}}/s_{\log,N} = 1$. Ist dies der Fall, ist der Schätzer (in diesem Fall die Auswertemethode) erwartungstreu.

Analog wird für die zyklische Spannungs-Dehnung-Kurve verfahren. Hier werden die Quotienten $\sigma_{\text{vor}}/\sigma_{\text{exp,m}}$ gebildet, für die der Mittelwert m_σ und die logarithmische Standardabweichung $s_{\log,\sigma}$ berechnet werden. Ein erwartungstreuer Schätzer liefert im Mittel $m_\sigma = 1$ und $s_{\log,\sigma,\text{vor}}/s_{\log,\sigma} = 1$. Die Erwartungstreue stellt das erste von zwei Gütekriterien dar.

Neben der Erwartungstreue wird die in Anlehnung an [Müll 15] definite Schätzgüte als zweites Gütekriterium betrachtet. Sie ist ein Maß dafür, wie stark die geschätzte Größe im Einzelfall von der Grundgesamtheit abweicht. Als Maß für die Schätzgüte wird die Streuspanne der betrachteten Größen m_N , m_σ , $s_{\log,N,\text{vor}}/s_{\log,N}$ oder $s_{\log,\sigma,\text{vor}}/s_{\log,\sigma}$ verwendet. Bei guten Schätzern ist die Streuspanne daher möglichst klein (min=1). In *Abbildung 5.20* ist schematisch dargestellt, wie sich gute und weniger gute Schätzer eines Parameters in den Gütekriterien Erwartungstreue und Schätzgüte unterscheiden.

Da bei der Gütebewertung Mittelwerte von Mittelwerten oder Streuspannen von Standardabweichungen betrachtet werden, was sowohl im sprachlichen Gebrauch als auch bei der Vergabe von Symbolen verwirren kann, wird im Folgenden geschrieben²:

$$\text{Erwartungstreue}(X) = \text{ET}(X) = 10^{\frac{1}{\text{Wdh.}} \sum_{i=1}^{\text{Wdh.}} \lg(X_i)} \quad (5.61)$$

$$\text{Kehrwert der Schätzgüte}(X) = \text{SG}^{-1}(X) = T(X) \quad (5.62)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass die Erwartungstreue genau genommen ein qualitatives Merkmal ist. Ein Schätzer ist entweder erwartungstreu oder nicht. Da in der Praxis jedoch häufig mit Schätzern gearbeitet wird, die lediglich hinreichend genau erwartungstreu sind, wird die Formulierung in *Gleichung 5.61* als zulässig erachtet.

Um eine sinnvolle Anzahl von Wiederholungen für die Simulation festzulegen, nach denen Erwartungstreue(X) und Schätzgüte(X) stabile Werte liefern, wird zunächst ein einzelner Stichprobenumfang, hier $n = 8$ betrachtet. Für diesen Fall werden viele Wiederholungen durchgeführt und für jede neue Wiederho-

² Die Streuspanne wird bei guten Schätzern klein. Durch die Verwendung des Kehrwertes der Schätzgüte in *Gleichung 5.62* führt ein guter Schätzer zu einer großen und ein schlechter Schätzer zu einer kleinen Schätzgüte.

lung werden Erwartungstreue(X) und Schätzgüte(X) für die vorausgegangenen Wiederholungen berechnet. Die Ergebnisse für die drei Auswertemethoden sind beispielhaft für die Schätzgüte($s_{\log, N, \text{vor}}/s_{\log, N}$) in *Abbildung 5.21* dargestellt. Für diesen Fall zeigen sich, ab der Dekade zwischen 10^4 und 10^5 Wiederholungen, keine nennenswerten Schwankungen im betrachteten Kriterium. Ähnliche Verläufe zeigen sich auch für die anderen betrachteten Parameter. Als sinnvolle Anzahl von Wiederholungen wird für die folgenden Simulationen ein Wert von $5 \cdot 10^4$ festgelegt.

Die Gütebewertung wird für verschiedene Stichprobenumfänge $n = 8 \dots 20$, d.h. Versuche pro Versuchsreihe, berechnet. Auf der einen Seite ist es nicht unüblich, dass sich auf den niedrigen Dehnungshorizonten Durchläufer ergeben. Auf der anderen Seite ist es ebenso möglich (wenn auch viel unwahrscheinlicher), dass Einzelversuche auf den hohen Dehnungshorizonten zu Schwingspielzahlen kleiner 1 führen. In beiden Fällen werden diese Einzelversuche von der Auswertung ausgeschlossen. D.h. die tatsächlich verwendete Stichprobengröße verringert sich. Bei der folgenden Darstellung der Ergebnisse wird immer die Stichprobengröße zu Beginn der Versuchsreihe zu Grunde gelegt.

Weiterhin kann es passieren, dass eine Versuchsreihe gar nicht auswertbar ist, da entweder zu wenige Einzelversuche nach dem Ausschluss von Durchläufern, Einzelversuchen mit $N < 1$ und Einzelversuchen mit plastischen Dehnungsanteilen $< 0,01\%$, Kapitel 5.1.3, übrig bleiben oder aber unplausible zyklische Kennwerte ermittelt werden, wie z.B. positive Exponenten b oder c . In diesem Fall wird die Versuchsreihe nicht bei der Bestimmung von Erwartungstreue(X) und Schätzgüte(X) berücksichtigt. Die Anzahl der Wiederholungen ist daher für die drei Auswertemethoden nicht gleich groß. Da die Anzahl der nicht auswertbaren Versuchsreihen jedoch klein gegenüber der Anzahl der Wiederholungen ist, was im Folgenden noch gezeigt werden wird, wird dies als unproblematisch erachtet.

5.5.3. Erwartungstreue und Schätzgüte bei den verschiedenen Regressionsmethoden

In den folgenden Abbildungen sind die Größen Erwartungstreue(X) und Schätzgüte(X) für die verschiedenen Parameter über dem Stichprobenumfang n aufgetragen. Zunächst werden die Ergebnisse der Größen der Dehnungswöhlenerlinie betrachtet, *Abbildung 5.22*. Der Mittelwert der Schwingspielzahlen wird von allen drei Schätzmethoden hinreichend genau erwartungstreu geschätzt. Die Abweichungen vom Parameter der Grundgesamtheit betragen weniger als 2%. Die Erwartungstreue des Mittelwertes zeigt im betrachteten Bereich keine Abhängigkeit von der Stichprobengröße. Die Schätzgüte hingegen nimmt für alle drei Methoden mit größerem Stichprobenumfang günstigere Werte an. Auch

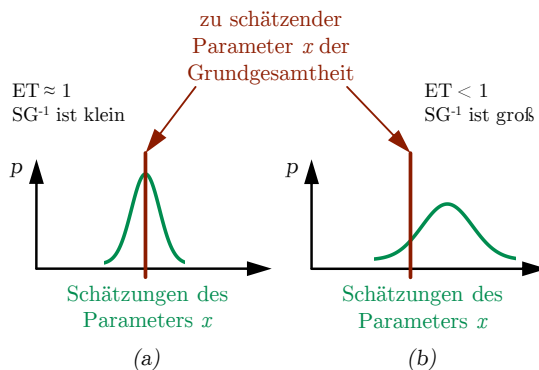


Abbildung 5.20.: Schematisch Darstellung der Auswirkung guter (a) und schlechter (b) Schätzer auf die Gütekriterien Erwartungstreue und Schätzgüte

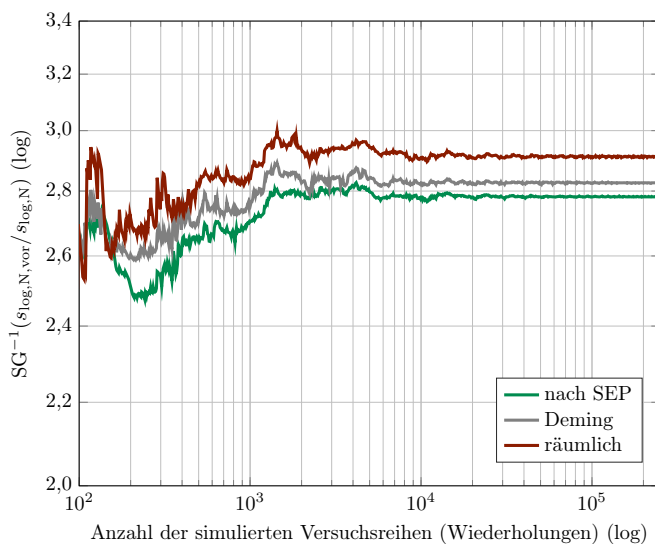


Abbildung 5.21.: Schätzgüte($s_{\log,N,\text{vor}}/s_{\log,N}$) für verschiedene Anzahlen von Wiederholungen bei $n = 8$

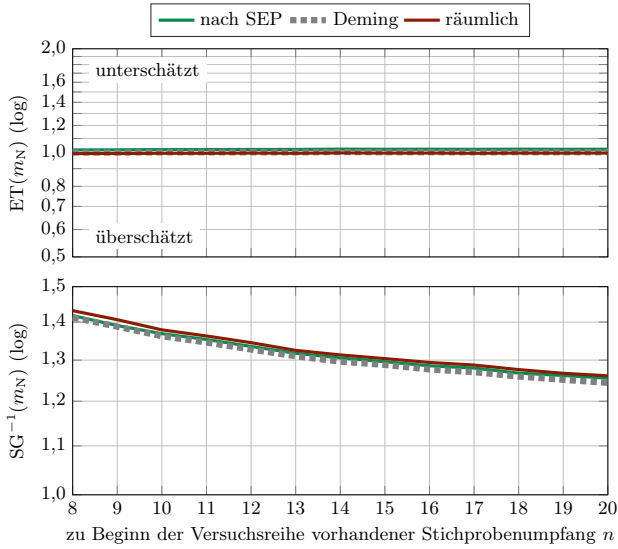
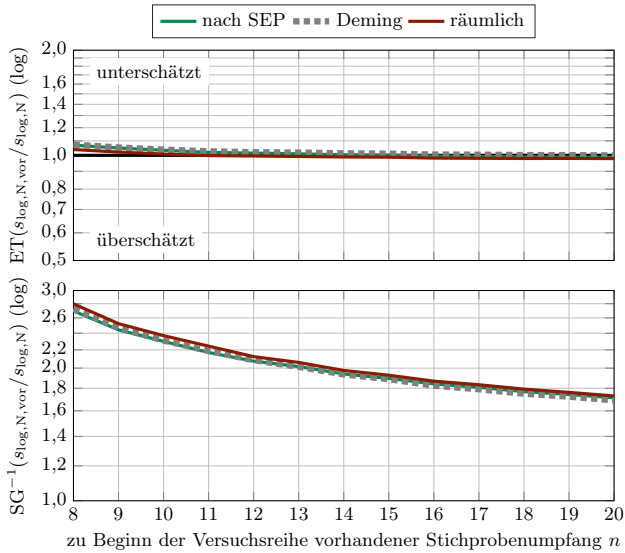
(a) Mittelwert von $N_{\text{vor}}/N_{\text{exp}}$ (b) $s_{\log,N,\text{vor}}/s_{\log,N}$

Abbildung 5.22.: Erwartungstreue und Schätzgüte bei der Dehnungswöhlerlinie

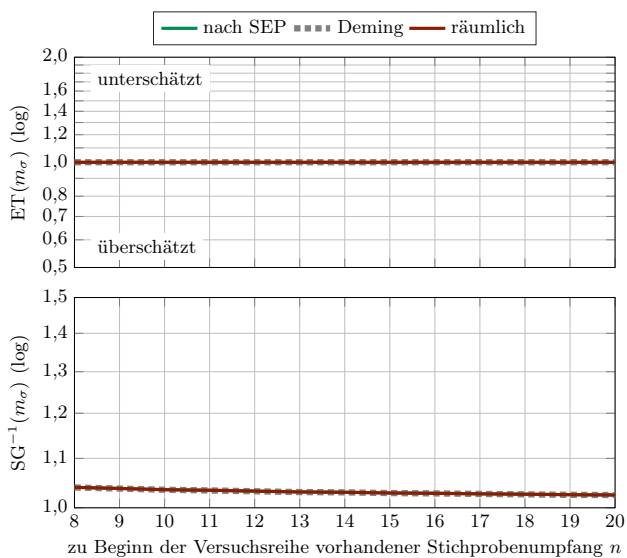
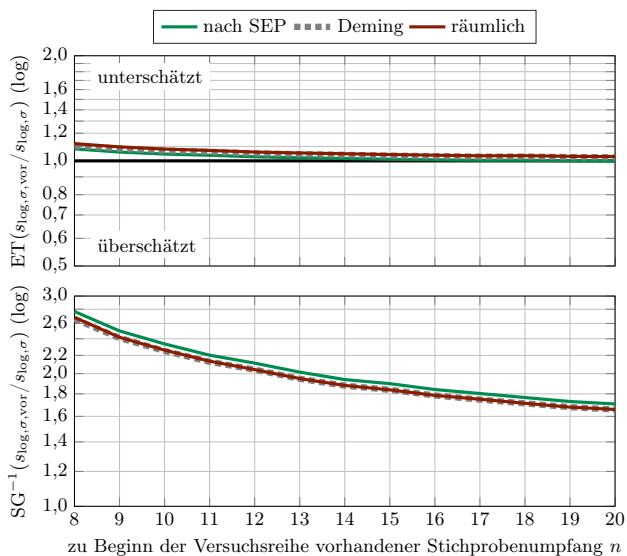

 (a) Mittelwert von $\sigma_{\text{vor}}/\sigma_{\text{exp}}$

 (b) $s_{\log,\sigma,\text{vor}}/s_{\log,\sigma}$

Abbildung 5.23.: Erwartungstreue und Schätzgüte bei der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve

die Schätzgüten unterscheiden sich für die drei Regressionen nicht erkennbar. Betrachtet man die unkorrigierte Standardabweichung der Schwingungszahlen in der Dehnungswöhlerlinie, so wird diese durch alle Regressionen gleichermaßen leicht unterschätzt (bei $n = 8$ z.B. etwa um 7%). Auch bei der Schätzgüte schneiden die Regressionen quasi gleich gut ab.

Bei Betrachtung der Größen in der zyklischen Spannung-Dehnung-Kurve ergeben sich die folgenden Sachverhalte, *Abbildung 5.23*: Die Mittelwerte der Spannungsamplituden werden bei allen drei Methoden gleichermaßen erwartungstreu geschätzt. Auch die Schätzgüten sind sehr hoch und praktisch nicht zu unterscheiden.

Für die unkorrigierte Standardabweichung der Spannungsamplituden zeigt sich eine Unterschätzung im Bereich kleiner Stichprobenumfänge in derselben Größenordnung wie bereits bei der Standardabweichung in der Dehnungswöhlerlinie. Wiederum zeigen sich auch bei der Schätzgüte keine nennenswerten Unterschiede zwischen den drei Methoden.

Wie in Kapitel 3.3 bereits erwähnt, ist es bekannt, dass der Schätzer für die Standardabweichung nach *Gleichung 5.59* für kleine Stichprobenumfänge nicht zu erwartungstreuen Schätzungen führt. Bei Anwendung der Korrekturformel nach *Gleichung 5.60* auf die Ergebnisse der Regressionen im betrachteten Bereich der Stichprobengröße kann die Erwartungstreue annähernd hergestellt werden, *Abbildung 5.24*.

Anhand von *Abbildung 5.25* lässt sich erkennen, dass der Anteil nicht wertbarer Versuchsreihen für alle Regressionen auf einem sehr niedrigen Niveau ($<1\%$) liegt. Nicht wertbare Versuchsreihen können entweder dadurch entstehen, dass zu wenige Einzelversuche für die Auswertung vorliegen, da einzelne als Durchläufer oder aufgrund zu geringer plastischer Dehnungsanteile von der Auswertung ausgeschlossen wurden, oder aber weil die Regression unplausible Werte, z.B. positive Exponenten b oder c liefert.

5.5.4. Fazit

Sowohl bei der Betrachtung der Dehnungswöhlerlinie als auch der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve ergeben sich keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Güten der Ergebnisse der drei betrachteten Regressionen. Während die Mittelwerte für Schwingungszahl und Spannungsamplitude erwartungstreu geschätzt werden, kommt es für kleine Schwingungszahlen zu einer leichten Unterschätzungen der Standardabweichungen, die sich jedoch durch die bekannte Korrekturformel beheben lassen. Auch bei den Schätzgüten für Mittelwert und Standardabweichung schneidet die drei Regressionsmethoden gleich gut ab.

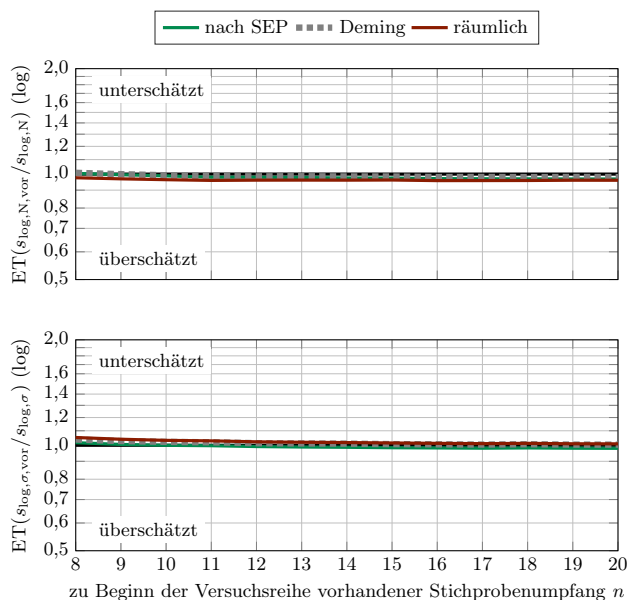


Abbildung 5.24.: Erwartungstreue der Standardabweichungsschätzungen, korrigiert mit Gleichung 5.60

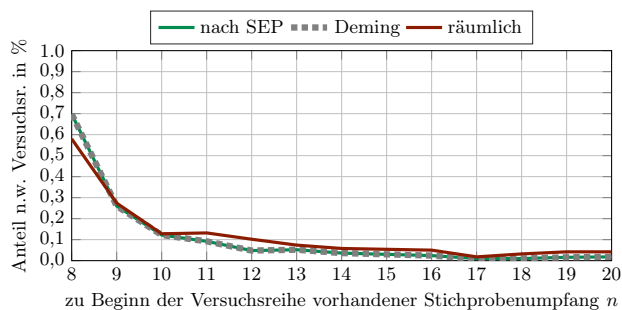


Abbildung 5.25.: Anteil der nicht wertbaren Versuchsreihen

Anhand der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulationen kann keiner der drei Methoden der Vorzug gegeben werden. Es ergeben sich damit auch keine Einwände gegen die Verwendung der Regression nach SEP, die vom Formelapparat am einfachsten anzuwenden ist. Es sollte bei der Ermittlung der Streuung jedoch die Korrekturformel in *Gleichung 5.60* angewendet werden.

Für die in diesem Abschnitt dargestellten Untersuchungen wird die Gültigkeit des Coffin-Manson- und des Ramberg-Osgood-Ansatzes vorausgesetzt. El Dsoki et al., [elDs 08], weisen jedoch drauf hin, dass dies nicht für jeden Werkstoff der Fall sein muss. Ähnliche Überlegungen wurden auch bereits von Fatemi et al., [Fate 05], und Wagener, [Wage 07] angestellt, vgl. Kapitel 3.1. Bei betreffenden Werkstoffen, deren zyklische Eigenschaften aber dennoch durch die beiden gängigen Funktionen beschrieben werden sollen, kann die räumliche Regression ggf. durchaus bessere Ergebnisse liefern, als die anderen beiden Methoden. Weiterhin sind die ermittelten Ergebnisse lediglich für Werkstoffe mit zyklischen Kennwerten in den Bereichen in *Tabelle 5.5* gültig. Bei zyklischen Kennwerten, die sich an den Enden dieser Verteilungen einordnen, können sich andere Tendenzen ergeben.

5.6. Empfehlungen für die Auswertung

Die drei vorgestellten Regressionsmethoden

- Regression nach SEP
- Deming-Regression
- räumliche Regression

werden in Kapitel 5.3 dahingehend untersucht, wie gut die mit den Methoden bestimmten mittleren Kurven die Experimente beschreiben. Es zeigt sich, dass unabhängig davon, ob mit einem werkstoffgruppenabhängigen oder einem im Zugversuch ermittelten E-Modul gearbeitet wird, sich die Resultate nur wenig voneinander unterscheiden. Bei der Werkstoffgruppe Stahl führt die Auswertung mit konstantem E-Modul sogar zu leicht geringeren Streuspannen.

Während sich die drei Methoden bei den Resultaten für die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve nur wenig unterscheiden, liefert die räumliche Regression für die Dehnungswöhlerlinie höhere Streuspannen im Vergleich zur Regression nach SEP und Deming, welche etwa gleichauf liegen.

In Kapitel 5.5 werden mit den Wertebereichen der zyklischen Kennwerte der Werkstoffgruppe Stahl aus der Werkstoffdatenbank Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt. Anhand der dort gewonnenen Ergebnisse lassen sich keine nennenswerten Unterschiede zwischen den drei Methoden erkennen. Die Schätzung

der logarithmischen Standardabweichung liefert bei keiner der Methoden erwartungstreue Ergebnisse. Dies lässt sich jedoch mit einer bekannten Formel annähernd korrigieren.

Durch die Berücksichtigung der Ergebnisse aus Kapitel 5.3 und 5.5 kann für die Auswertung von zyklischen Kennwerten die Regression nach SEP empfohlen werden. Dabei spricht nichts gegen die Verwendung eines werkstoffgruppenabhängigen E-Moduls.

6. Experimentelle Ermittlung von Schädigungsparameterwöhlerlinien

Wie im Kapitel 3.2 beschrieben, werden im Örtlichen Konzept für die Schadensakkumulation Schädigungsparameterwöhlerlinien (P -Wöhlerlinien) benötigt. Diese werden aus den zyklischen Kennwerten abgeleitet. Wie dies für den Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper P_{SWT} sowie jenen nach Vormwald P_J erfolgen sollte, wird im Folgenden untersucht.

Da die Werkstoffdatenbank zyklische Kennwerte enthält und Dauerfestigkeiten für die Datensätze nicht vorliegen, wird lediglich der Kurzzeit- und Zeitfestigkeitsbereich betrachtet. Als Schwingungsspielzahlen, bei denen die Dehnungswöhlerlinien in die Dauerfestigkeit abknicken, wird nach Bäumel und Seeger, [Bäum 90], für Stahl $N_D = 5 \cdot 10^5$ und für Aluminium $N_D = 10^6$ gewählt. Experimentelle Lebensdauern größer N_D werden im Folgenden nicht berücksichtigt. Auch in den folgenden Gleichungen zur Beschreibung der P -Wöhlerlinien wird der Dauerfestigkeitsbereich in der Regel nicht explizit berücksichtigt. In allen Fällen wird jedoch unterstellt, dass die P -Wöhlerlinie bei Schwingungsspielzahlen größer N_D horizontal mit $P_D = P(N_D)$ verläuft. Die folgenden Untersuchungen werden separat für die Werkstoffgruppen Stahl ohne Stahlguss, Stahlguss sowie Aluminiumknetlegierungen durchgeführt. Für die Werkstoffgruppe Aluminiumguss werden aufgrund der sehr kleinen Datenbasis keine Empfehlungen angegeben.

6.1. Schädigungsparameter P_{SWT}

6.1.1. Originaler Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus zyklischen Kennwerten

Die Berechnung des Schädigungsparameters nach Smith, Watson und Topper P_{SWT} , [Smit 70], ist in Kapitel 3.2 dargestellt. Die dazugehörige P -Wöhlerlinie ist in Gleichung 3.13 angegeben.

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma'_f{}^2 \cdot (2N)^{2b} + \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f \cdot E \cdot (2N)^{b+c}} \quad (3.13)$$

Die P_{SWT} -Wöhlerlinie ist damit formelmäßig festgelegt und kann einfach anhand der Parameter der Dehnungswöhlerlinie beschrieben werden. Um zu zeigen, wie gut Einzelversuche durch diesen Ansatz beschrieben werden, werden für die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Einzelversuche die dazugehörigen Schädigungsparameter bestimmt. Diese werden im Folgenden als experimentelle Schädigungsparameter $P_{\text{SWT,exp}}$ bezeichnet und nach Gleichung 3.12 berechnet,

sodass für jeden Einzelversuch ein Wertepaar aus $P_{\text{SWT,exp}}$ und der Anriss-schwingungszahl N_{exp} (ebenfalls der Werkstoffdatenbank entnommen) vorliegt.

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \tag{3.12}$$

Für den Wert $P_{\text{SWT,exp}}$ wird der Abstand in Schwingungszahlrichtung zur dazugehörigen P_{SWT} -Wöhlerlinie nach Gleichung 3.13 bestimmt. Dieser wird durch den Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ ausgedrückt. $N_{\text{exp,m}}$ ist die Schwingungszahl der P_{SWT} -Wöhlerlinie bei $P_{\text{SWT,exp}}$, Abbildung 6.1. Aus allen Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ können nun der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T bestimmt werden.

Für die drei Werkstoffgruppen ergeben sich die in Tabelle 6.1 aufgeführten Werte für m und T . In Abbildung 6.2 sind zum einen die Schwingungszahlen N_{exp} über $N_{\text{exp,m}}$ aufgetragen und zum anderen die Wahrscheinlichkeitsnetze für die Verteilung der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ dargestellt.

Werkstoffgruppe	m	T_N	Anz. Versuchsreihen	Anz. Einzelvers.
Stahl ohne GS	1,00	2,05	257	2.796
Stahlguss	0,98	2,85	6	78
Aluminiumknet.	1,05	2,43	48	578

Tabelle 6.1.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_{SWT} -Wöhlerlinien beim originalen Ansatz

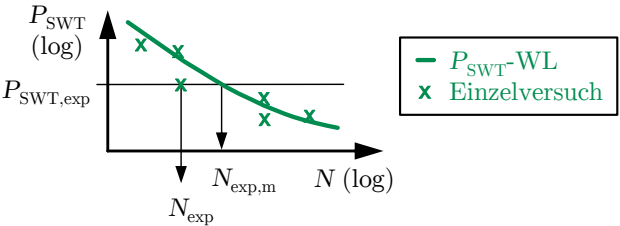
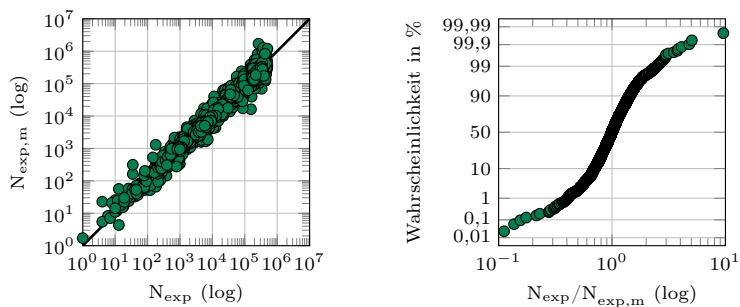
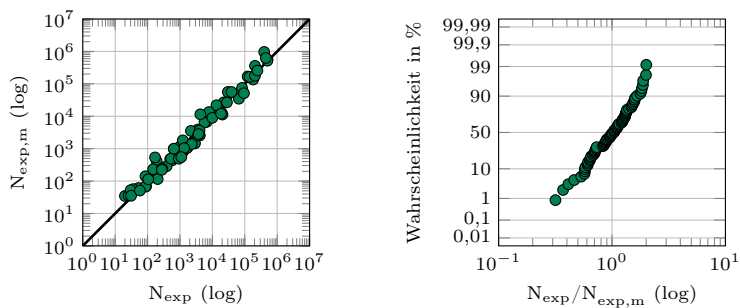


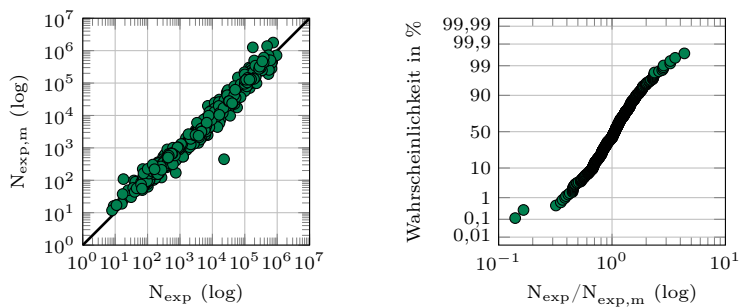
Abbildung 6.1.: Ermittlung von $N_{\text{exp,m}}$ und N_{exp} für einen Einzelversuch in der P_{SWT} -Wöhlerlinie



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

 Abbildung 6.2.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die P_{SWT} -Wöhlerlinie

6.1.2. Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus zyklischen Kennwerten

Beim originalen Ansatz, *Gleichung 3.13*, verläuft die P_{SWT} -Wöhlerlinie im Bereich hoher Schwingungszahlen sehr flach. Modifikationen der Minerregel, Kapitel 3.2.1, bei der Schadensakkumulation haben nur einen sehr geringen Einfluss auf die rechnerische Lebensdauer, wenn diese flache Neigung für die Verlängerung der Wöhlerlinie in den Dauerfestigkeitsbereich verwendet wird. Es ist daher wünschenswert, eine steilere Neigung für die Miner-Modifikationen zu verwenden, die sich aber dennoch durch den Verlauf der P_{SWT} -Wöhlerlinie begründen lässt. Daher wird ein Vorgehen vorgeschlagen, bei dem die P_{SWT} -Wöhlerlinie nach *Gleichung 3.13* durch zwei Potenzfunktionen, *Gleichung 6.1* und *Abbildung 6.3*, angenähert wird.

$$P_{\text{SWT}} = P_{\text{SWT},0} \cdot \left(\frac{N}{N_0} \right)^d \quad (6.1)$$

Als Stützstellen in der originalen P_{SWT} -Wöhlerlinie dienen die Schwingungszahlen $N_1 = 10$, $N_2 = 10^3$ und $N_3 = 10^5$.

$$P_{\text{SWT},1} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2 \cdot 10)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2 \cdot 10)^{b+c}} \quad (6.2)$$

$$P_{\text{SWT},2} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2 \cdot 10^3)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2 \cdot 10^3)^{b+c}} \quad (6.3)$$

$$P_{\text{SWT},3} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2 \cdot 10^5)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2 \cdot 10^5)^{b+c}} \quad (6.4)$$

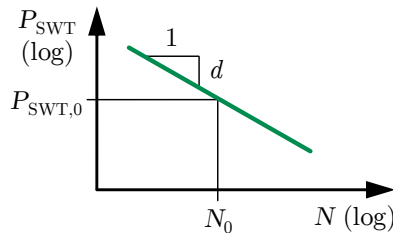


Abbildung 6.3.: Potenzfunktion zur näherungsweisen Beschreibung der P_{SWT} -Wöhlerlinie

Mit diesen drei Stützstellen lassen sich die Neigungen d_1 und d_2 der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie in den Schwingungszahlbereichen $N = 1 \dots 10^3$ und $N = 10^3 \dots N_D$ berechnen.

$$d_1 = \frac{\lg(P_{\text{SWT},1}) - \lg(P_{\text{SWT},2})}{\lg(10) - \lg(10^3)} \quad (6.5)$$

$$d_2 = \frac{\lg(P_{\text{SWT},2}) - \lg(P_{\text{SWT},3})}{\lg(10^3) - \lg(10^5)} \quad (6.6)$$

Zur Beschreibung der eigentlichen bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie sind nun nur noch die Stützstelle $P_{\text{SWT},2}$ bei $N = 10^3$ sowie die beiden Neigungen d_1 und d_2 notwendig, Gleichung 6.7 und Abbildung 6.4.

$$P_{\text{SWT}} = \max \left(P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_1}; P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_2} \right) \quad (6.7)$$

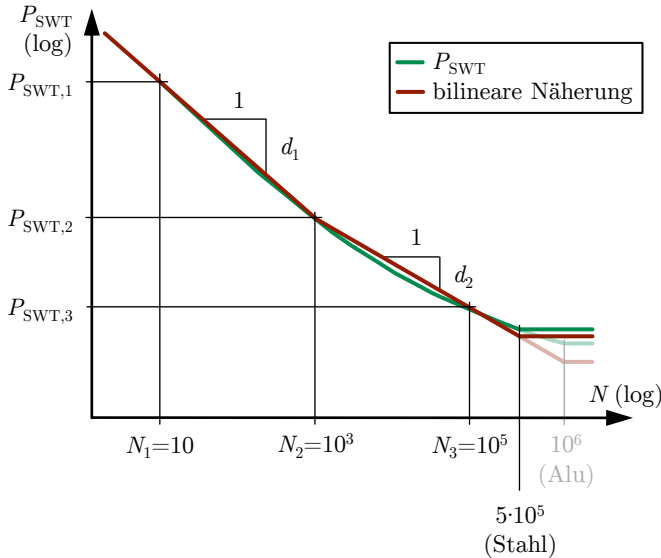


Abbildung 6.4.: P_{SWT} -Wöhlerlinie nach [Smit 70] und bilineare Näherung

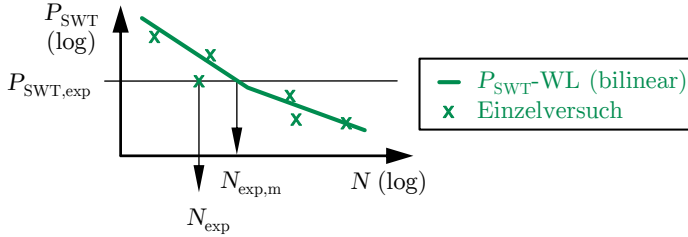


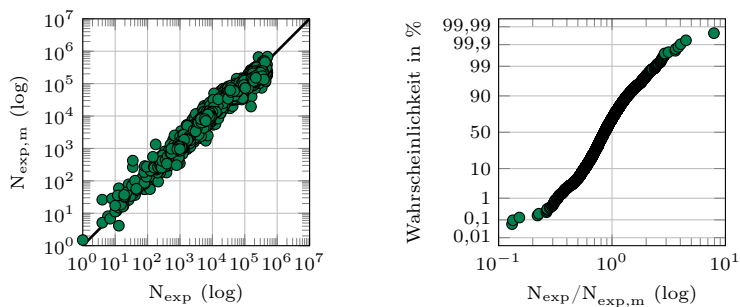
Abbildung 6.5.: Ermittlung von $N_{\text{exp},m}$ und N_{exp} für einen Einzelversuch beim bilinearen Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie

Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass der Verlauf der P -Wöhlerlinien für Schwingspielzahl größer N_D in dieser und den folgenden Darstellungen nicht berücksichtigt wird, da er auch bei der Gütebewertung nicht bewertet werden kann. Die angegebenen Gleichungen sind daher im Bereich der Dauerfestigkeit entsprechend zu ergänzen.

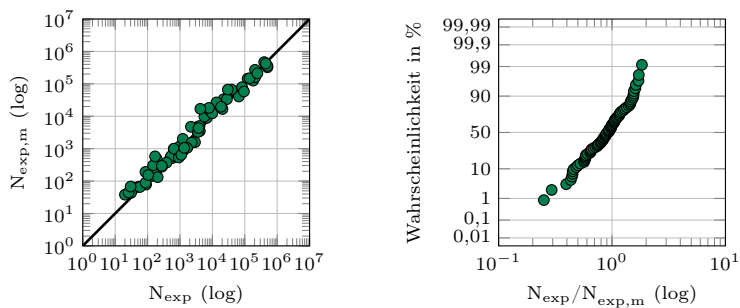
Analog zum oben beschriebenen Vorgehen für die originale P_{SWT} -Wöhlerlinie werden auch für den bilinearen Ansatz der Mittelwert m und die Streuspanne T der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp},m}$ bestimmt, *Abbildung 6.5*. Die ermittelten Werte sowie die $N_{\text{exp}}\text{-}N_{\text{exp},m}$ -Diagramme und die Wahrscheinlichkeitsnetze sind in *Tabelle 6.2* sowie in *Abbildung 6.6* enthalten. Die bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinien führen zu Mittelwerten, die kleiner 1 sind. Sie liegen damit eher auf der unsicheren Seite. Dies ist nicht verwunderlich, wenn berücksichtigt wird, dass die bilinearen Wöhlerlinien Näherungen der erwartungstreuen originalen P_{SWT} -Wöhlerlinien sind und für die meisten Schwingspielzahlen rechts von diesen liegen, *Abbildung 6.4*. Aus demselben Grund fallen auch die Streuspannen beim bilinearen Ansatz größer aus als beim originalen.

Werkstoffgruppe	m	T_N	Anz. Versuchsreihen	Anz. Einzelvers.
Stahl ohne GS	0,87	2,38	257	2.796
Stahlguss	0,87	3,30	6	78
Aluminiumknet.	0,82	3,26	48	578

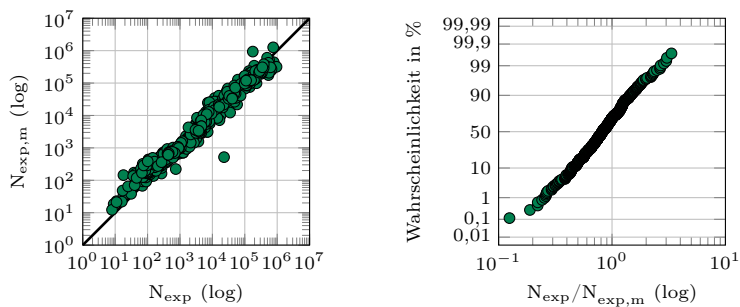
Tabelle 6.2.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_{SWT} -Wöhlerlinien beim bilinearen Ansatz



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

 Abbildung 6.6.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie

6.1.3. Eine Maximum-Likelihood-Methode zur Schätzung der P_{SWT} -Wöhlerlinie nach dem bilinearen Ansatz aus Einzelversuchen

Bei der Ermittlung der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie wird der originale Ansatz durch zwei Sekanten zwischen den Schwingungszahlen $N = 10$ und $N = 10^3$ bzw. $N = 10^3$ und $N = 10^5$ angenähert, *Abbildung 6.4*. Die bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie liegt damit im Bereich $N = 10 \dots 10^5$ rechts von der originalen P -Wöhlerlinie und der Mittelwert m wird kleiner 1, *Tabelle 6.2*. Auch wenn sich der Mittelwert – wie später in Kapitel 10 noch gezeigt werden wird – korrigieren lässt, soll an dieser Stelle untersucht werden, ob sich die bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie nicht direkt aus Versuchsergebnissen ableiten lässt und sich dabei nicht bessere Güten ergeben als beim in Kapitel 6.1.2 beschriebenen Vorgehen. Aus diesem Grund wird ein Algorithmus entwickelt, der auf der Maximum-Likelihood-Methode basiert und mit dem sich die bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie direkt aus den Einzelversuchen, mit denen die zyklischen Kennwerte ermittelt wurden, berechnen lässt.

Die Maximum-Likelihood-Methode geht auf Fisher, [Fish 12], zurück. Sie ist in der Lage, einen oder mehrere unbekannte Parameter einer Stichprobe zu schätzen, indem sie diejenigen Werte als Schätzwerte bestimmt, die für die Stichprobe die größte Übereinstimmungswahrscheinlichkeit (maximum Likelihood) liefern. Die Schätzung setzt allerdings voraus, dass der Typ der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(x)$ der betrachteten Zufallsvariablen x bekannt ist, [Blob 12]. Im Bereich der Betriebsfestigkeit wird die Maximum-Likelihood-Methode zur Abschätzung von Mittelwert und Standardabweichung der Dauerfestigkeit verwendet, [Dixo 48] und [Liu 01]. Außerdem wurden Maximum-Likelihood-Ansätze entwickelt, um bei der Auswertung von Spannungswöhlerlinien Versuchsergebnisse aus dem Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich, d.h. Brüche und Durchläufer, auf einmal zu berücksichtigen, [Spin 79a] und [Spin 79b]. Die Beschreibung der Wöhlerlinie kann dabei auch durch einen bilinearen Ansatz oder eine allmähliche Änderung der Neigung im Bereich des Abknickpunktes erfolgen, [Spin 79b]. Wie anhand von *Gleichung 6.7* zu erkennen ist, sind zur Beschreibung der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie lediglich die beiden Exponenten d_1 und d_2 sowie die Stützstelle $P_{\text{SWT},2}$ bei der Schwingungszahl $N = 10^3$ (im Folgenden auch als $P_{\text{Stütz}}$ bezeichnet) notwendig. Diese drei Größen sind die mithilfe der Maximum-Likelihood-Methode zu schätzenden Parameter.

Die betrachtete Stichprobe besteht aus den n Verhältnissen $N_{\text{exp},i}/N_{\text{exp},m,i}$ der Versuchsreihe, *Abbildung 6.5*, mit $i = 1, 2 \dots n$. Dabei sind die mittleren Schwingungszahlen $N_{\text{exp},m,i}$ abhängig von den drei Größen d_1 , d_2 und $P_{\text{SWT},2}$, d.h. $N_{\text{exp},m,i}(d_1, d_2, P_{\text{SWT},2})$.

Wird für die Verteilung der Schwingspielzahlen um die zu bestimmende mittlere P -Wöhlerlinie eine logarithmische Normalverteilung unterstellt, so ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right) = \frac{1}{s_{\log} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\lg\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right) - \lg(m)}{s_{\log}}\right)^2} \quad (6.8)$$

m Mittelwert der logarithmischen Normalverteilung

s_{\log} Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung

Da die Schätzung erwartungstreue Ergebnisse liefern soll, wird der Mittelwert zu $m = 1$ gesetzt:

$$p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right) = \frac{1}{s_{\log} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\lg\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right)}{s_{\log}}\right)^2} \quad (6.9)$$

Die Standardabweichung s_{\log} wird ebenfalls mit dem Mittelwert $m = 1$ anhand der Stichprobe bestimmt:

$$s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum \left(\lg\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right) - \lg(1)\right)^2} \quad (6.10)$$

$$s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum \left(\lg\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m}}\right)\right)^2} \quad (6.11)$$

Damit ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion neben dem Merkmalswert nur noch von den drei zu schätzenden Parametern abhängig:

$$p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m,i}}, d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}\right) \quad (6.12)$$

Die zu maximierende Likelihoodfunktion L ist damit:

$$L(d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}) = p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m,1}}, d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}\right) \cdot p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m,2}}, d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}\right) \cdot \dots \cdot p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m,n}}, d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}\right) \quad (6.13)$$

$$L(d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}) = \prod_{i=1}^n p\left(\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{exp},m,i}}, d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}\right) \quad (6.14)$$

Beschreibung des Algorithmus

Der in dieser Arbeit verwendete Maximum-Likelihood-Algorithmus wurde als Matlabfunktion umgesetzt und ist in *Abbildung A.1* bis *Abbildung A.4* angegeben. In diesem Algorithmus werden, einfach formuliert, die gesuchten Parameter $d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}$ solange variiert und die zugehörigen Likelihoodwerte $L(d_1, d_2, P_{\text{Stütz}})$ berechnet, bis sich kein größerer Wert für L mehr ergibt. Der Ablauf des Algorithmus soll kurz dargestellt werden:

1. Als Eingabewert für den Algorithmus müssen die Schwingenspielzahlen N_{exp} und die P_{SWT} -Werte zur Verfügung gestellt werden. Letztere werden nach *Gleichung 3.12* berechnet.

Da der Algorithmus zwar auch mit wenigen Einzelversuchen funktioniert, dabei aber schnell zu unplausiblen Werten führt, werden die folgenden Anforderungen an die Einzelversuche gestellt:

- Es müssen mindesten zwei Einzelversuche mit Schwingenspielzahlen kleiner 10^3 und zwei Einzelversuche mit Schwingenspielzahlen größer 10^3 in der auszuwertenden Versuchsreihe vorliegen.
- Die kleinste Schwingenspielzahl darf höchstens 300, die größte muss mindestens 3.000 sein.

Dies bedeutet, dass im Extremfall eine Schätzung mit nur vier Einzelversuchen durchgeführt werden kann. Da die Zuverlässigkeit eines solchen Vorgehens ganz generell Fragen aufwirft, werden im hier vorgestellten Algorithmus keine weiteren Einschränkungen getroffen. Der Anwender ist jedoch aufgerufen, sein Vorgehen in solchen Fällen selbst kritisch zu hinterfragen.

2. Um die Startwerte für die Variation von $d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}$ zu erhalten, wird zunächst eine einfache lineare Regression über den Logarithmen der Wertepaare N und P_{SWT} durchgeführt. D.h. der Verlauf wird durch eine einzige Potenzfunktion angenähert, mit der die Startwerte für $P_{\text{Stütz}}$ und $d_1 = d_2$ bestimmt werden.
3. Nun werden die Werte für die drei Größen $d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}$ um jeweils 1% variiert, indem jeder Wert mit dem Faktor 1,01 multipliziert bzw. durch 1,01 dividiert wird. Dabei ergeben sich $3^3 = 27$ Kombinationen, *Tabelle 6.3*.
4. Für jede der 27 Kombinationen wird der Likelihoodwert L berechnet.
5. Die Parameter der Kombination mit dem größten Likelihoodwert werden als zu variierende Werte in den nächsten Iterationsschritt gegeben, d.h. die

Schritte 3 und 4 werden mit diesen Werten wiederholt. Sollte sich der größte Likelihoodwert bei Kombination Nr. 1 ergeben, so ist das Maximum der Übereinstimmungswahrscheinlichkeit gefunden, da sich im aktuellen Schritt keine größer Likelihoodwert ergeben hat als im letzten. Die Iteration wird beendet. Die Schätzwerte der drei Parameter entsprechen denen der Kombination 1.

Werden mehr als 1.000 Iterationsschritte benötigt, wird die Berechnung abgebrochen. Es konnte in diesem Fall keine Schätzung durchgeführt werden.

Zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen den Parametern der P -Wöhlerlinie, der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und der Übereinstimmungswahrscheinlichkeit ist in *Abbildung 6.7* ein Datensatz beispielhaft ausgewertet worden, s. Anhang A. Außerdem sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen und die zugehörigen Werte der Übereinstimmungswahrscheinlichkeit L angegeben, die sich ergeben, wenn zunächst die Startwerte zugrunde gelegt werden, mit denen der Algorithmus die Iteration beginnt, und danach die vom Algorithmus ermittelten Werte. Die Übereinstimmungswahrscheinlichkeit ist um Größenordnungen angestiegen.

Kombination Nr.	d_1	d_2	$P_{\text{Stütz}}$
1	d_1	d_2	$P_{\text{Stütz}}$
2	d_1	d_2	$P_{\text{Stütz}} \cdot 1,01$
3	d_1	d_2	$P_{\text{Stütz}}/1,01$
4	d_1	$d_2 \cdot 1,01$	$P_{\text{Stütz}}$
5	d_1	$d_2 \cdot 1,01$	$P_{\text{Stütz}} \cdot 1,01$
6	d_1	$d_2 \cdot 1,01$	$P_{\text{Stütz}}/1,01$
7	d_1	$d_2/1,01$	$P_{\text{Stütz}}$
8	d_1	$d_2/1,01$	$P_{\text{Stütz}} \cdot 1,01$
9	d_1	$d_2/1,01$	$P_{\text{Stütz}}/1,01$
10	$d_1 \cdot 1,01$	d_2	$P_{\text{Stütz}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
27	$d_1/1,01$	$d_2/1,01$	$P_{\text{Stütz}}/1,01$

Tabelle 6.3.: Kombinationen der Parameter $d_1, d_2, P_{\text{Stütz}}$

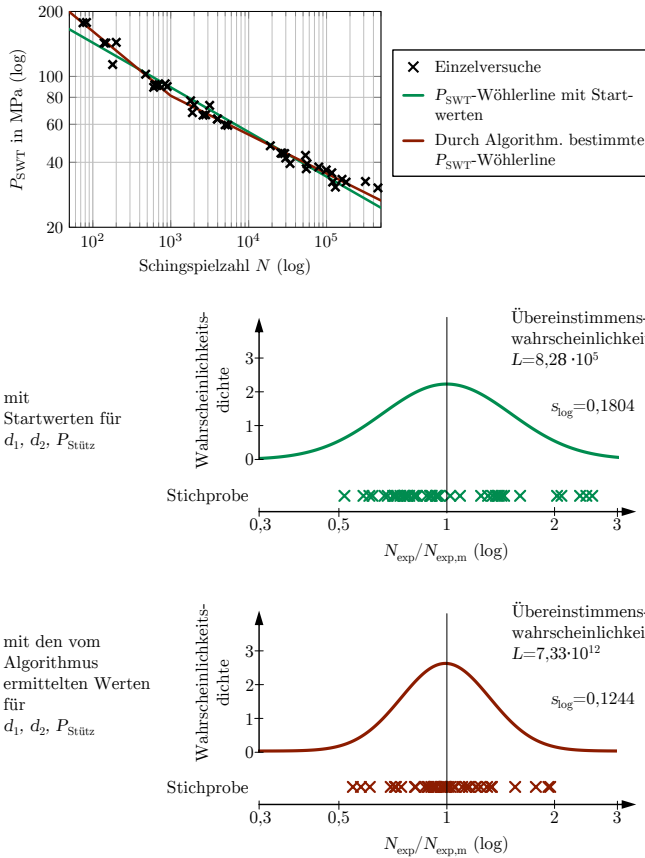
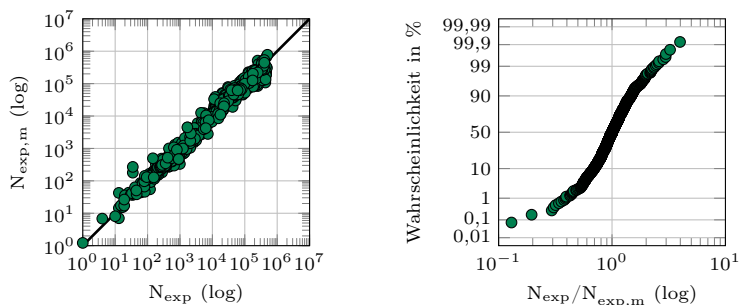


Abbildung 6.7.: Beispielhafter Datensatz, ausgewertet mit dem Maximum-Likelihood-Algorithmus:

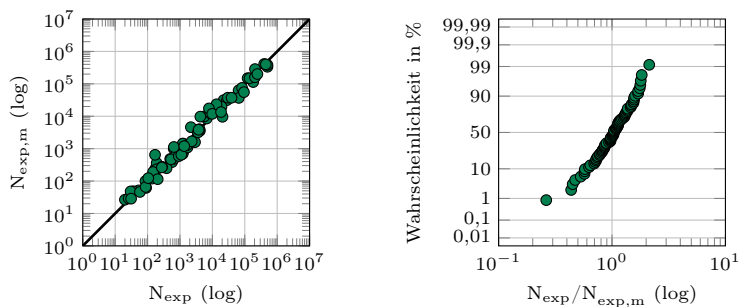
oben: Die beiden Wöhlerlinien, die sich mit den Startwerten sowie mit den vom Algorithmus ermittelten Parametern ergeben.

Mitte: Die Stichprobe mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und dem Wert der Übereinstimmungswahrscheinlichkeit für die Startwerte

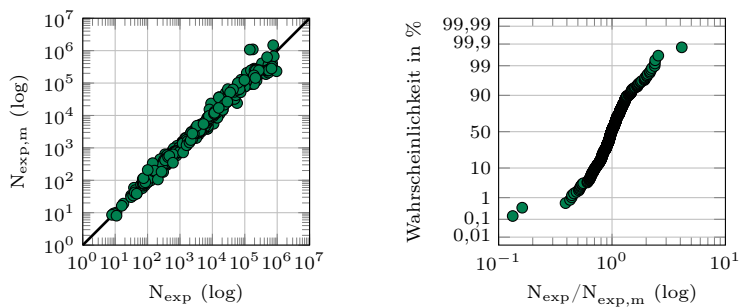
unten: Die Stichprobe mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und dem Wert der Übereinstimmungswahrscheinlichkeit für die vom Algorithmus ermittelten Parameter



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 6.8.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die experimentelle bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie bei Schätzung mithilfe des Maximum-Likelihood-Algorithmus

Gütebewertung

Die sich bei der Anwendung des Maximum-Likelihood-Algorithmus ergebenden Werte für die Gütekriterien sind in *Tabelle 6.4* aufgeführt. Für die N-N-Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze siehe *Abbildung 6.8*.

Werkstoffgruppe	m	T_N	Anz. Versuchsreihen	Anz. Einzelvers.
Stahl ohne GS	1,00	2,11	72	918
Stahlguss	1,01	2,69	6	78
Aluminiumknet.	1,00	1,97	36	454

Tabelle 6.4.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinien bei Schätzung mithilfe des Maximum-Likelihood-Algorithmus

6.1.4. Fazit

Zur Ermittlung der experimentellen P_{SWT} -Wöhlerlinie stehen drei Möglichkeiten zur Verfügung:

- originaler Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, wird abgeleitet aus Dehnungswöhlerlinie
- bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, wird abgeleitet aus Dehnungswöhlerlinie
- bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, wird abgeleitet mit Maximum-Likelihood-Methode aus Einzelversuchen

Ob der originale Ansatz oder der bilineare zur Beschreibung der P_{SWT} -Wöhlerlinie verwendet werden soll, ist eine prinzipielle Entscheidung. Wird die bilineare Wöhlerlinie aus dem originalen Ansatz abgeleitet, so ist die Streuspanne beim bilinearen Ansatz in allen Fällen größer als beim originalen, vergleiche *Tabelle 6.1* und *Tabelle 6.2*.

Beim Vergleich der beiden Möglichkeiten zur Ermittlung der bilinearen Wöhlerlinie schneidet die Maximum-Likelihood-Methode für alle Wertstoffgruppen besser ab im Vergleich zur Ableitung aus der originalen Wöhlerlinie, da die Streuspanne geringer und der Mittelwert korrekt geschätzt wird, vergleiche *Tabelle 6.2* und *Tabelle 6.4*. Der Auswertung mit der Maximum-Likelihood-Methode ist daher der Vorzug zu geben. Da für die Anwendung der Maximum-

Likelihood-Methode die Schwingspielzahlen in einem bestimmten Lebensdauerbereich vorliegen müssen, ist die Auswertung einer bereits vorliegenden Versuchsreihe mit dieser Methode nicht in allen Fällen möglich. Bei der Planung von Versuchen sollten daher die o.g. Anforderungen an die Versuchsergebnisse berücksichtigt werden.

6.2. Schädigungsparameter P_J

Der Schädigungsparameter P_J nach Vormwald, [Vorm 89], wird, wie in Kapitel 3.2.2 dargelegt, entsprechend *Gleichung 3.18* berechnet:

$$P_J = 1,24 \cdot \frac{\Delta\sigma_{\text{eff}}^2}{E} + \frac{1,02}{\sqrt{n'}} \cdot \Delta\sigma_{\text{eff}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{p,eff}} \quad (3.18)$$

Die P_J -Wöhlerlinie wird nach [Vorm 89] durch Regression der Einzelversuche ermittelt. Hierzu werden aus den experimentellen Werten der Spannung und Dehnung experimentelle P_J -Werte $P_{J,\text{exp}}$ berechnet. Zusammen mit den experimentellen Schwingspielzahlen N_{exp} kann nun eine Regression durchgeführt werden. Nach [Vorm 89] folgt die P_J -Wöhlerlinie einer Potenzfunktion, *Gleichung 3.22*.

$$P_J^{m_J} \cdot N = Q \quad (3.22)$$

Der Parameter m_J ist der Kehrwert der Steigung in der P -Wöhlerlinie. Er ist auf diese Weise definiert, da m_J ebenfalls als Steigung im Rissfortschrittsgesetz verwendet wird, [Vorm 89], *Gleichung 3.27*. Q entspricht der Schwingspielzahl bei einem P_J von 1 MPa.

Um für die P_J -Wöhlerlinie formal einen ähnlichen Ansatz wie für die P_{SWT} -Wöhlerlinie bereitzustellen, wird diese analog zu *Gleichung 6.1* mit *Gleichung 6.15* beschrieben.

$$P_J = P_{J,0} \cdot \left(\frac{N}{N_0} \right)^d \quad (6.15)$$

Die beiden Darstellungsformen in *Gleichung 3.22* und *Gleichung 6.15* sind gleichwertig, *Abbildung 6.9*, und können mit den folgenden Gleichungen ineinander umgerechnet werden.

$$d = -\frac{1}{m_J} \quad (6.16)$$

$$P_{J,0} = Q^{-d} \cdot N_0^d \quad (6.17)$$

Auch für den Schädigungsparameter P_J soll gezeigt werden, wie gut die Einzel-

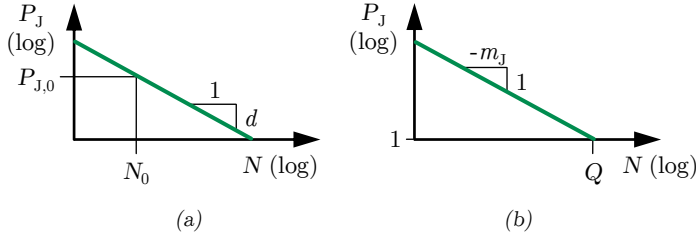


Abbildung 6.9.: Beschreibung der P_J -Wöhlerlinie durch:

(a) $P_{J,0}$, N_0 und d

(b) Q und m_J

versuche durch diesen Ansatz beschrieben werden. Hierzu wird für die Datensätze der Datenbasis eine lineare Regression der logarithmierten Werte $P_{J,\text{exp}}$ und N_{exp} durchgeführt, bei der die Abstandsquadrate in Schwingungsspielzahlrichtung minimiert werden.

Analog zum Vorgehen beim P_{SWT} wird auch für den P_J für jeden Einzelversuch der Quotient $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp},m}$ ermittelt, *Abbildung 6.10*, und über alle Quotienten der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T bestimmt.

Für die drei Werkstoffgruppen ergeben sich die in *Tabelle 6.5* aufgeführten Werte für m und T . In *Abbildung 6.11* sind die Schwingungsspielzahlen N_{exp} über $N_{\text{exp},m}$ aufgetragen bzw. Wahrscheinlichkeitsnetze für die Verteilung der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp},m}$ dargestellt. Es fällt auf, dass die ermittelten Streuspannen, außer für die Werkstoffgruppe Stahlguss, kleiner sind als bei den verschiedenen Ansätzen für die P_{SWT} -Wöhlerlinien.

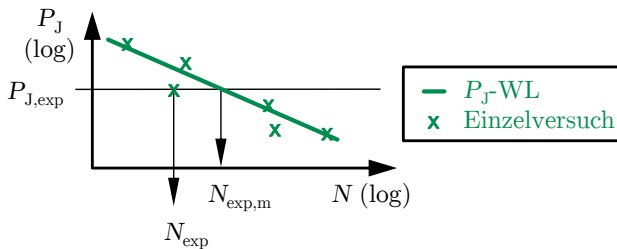
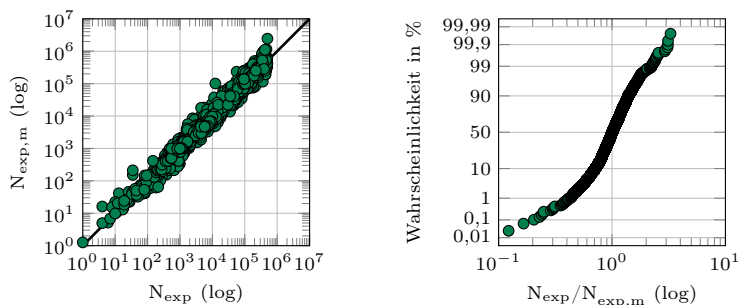
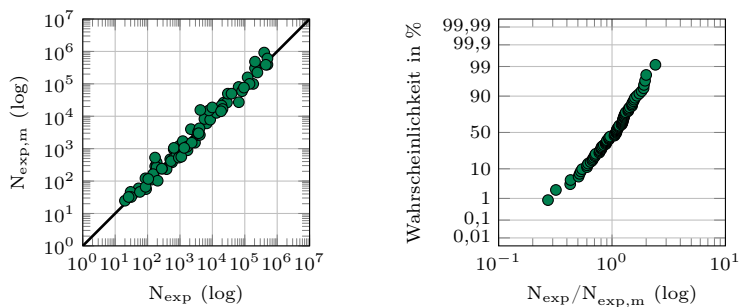


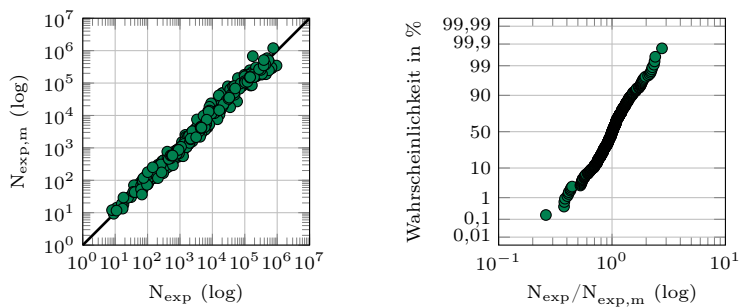
Abbildung 6.10.: Ermittlung von $N_{\text{exp},m}$ und N_{exp} für einen Einzelversuch in der P_J -Wöhlerlinie



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 6.11.: N - N -Diagramm und Wahrscheinlichkeitsnetz für die Regression der Einzelversuche zur Bestimmung der P_J -Wöhlerlinie

Werkstoffgruppe	m	T_N	Anz. Versuchsreihen	Anz. Einzelvers.
Stahl ohne GS	1,00	1,95	242	2.620
Stahlguss	1,00	2,93	6	78
Aluminiumknet.	1,00	2,15	31	404

Tabelle 6.5.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_J -Wöhlerlinien

Der Anwender steht schnell vor dem Problem, dass ihm zwar experimentell ermittelte zyklische Kennwerte für einen Werkstoff zur Verfügung stehen, die Einzel Versuchsergebnisse jedoch nicht dokumentiert sind. Er kann daher bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nur auf die Werte σ'_f , ε'_f , b , c , K' und n' zurückgreifen.

Werden zur punktweisen Beschreibung der P_J -Wöhlerlinie die zyklischen Kennwerte verwendet, so ergibt sich eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Abweichung der P_J -Wöhlerlinie von der Geraden, die sich durch die Regression der Einzelversuche ergäbe. In *Abbildung 6.12* und *Abbildung 6.13* ist jeweils ein Beispiel für eine gute sowie eine schlechte Beschreibung der Einzelversuche durch eine punktweise aus der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve abgeleitete P_J -Wöhlerlinie dargestellt. Die Abweichung ist für den Bereich, in dem die zyklischen Kennlinien mit Einzelversuchen belegt sind, hinreichend gering. In einigen Fällen ergibt sich jedoch im Bereich sehr kleiner und sehr großer Schwingspiele eine Abweichung, durch die die Lebensdauer tendenziell überschätzt wird.

An *Abbildung 6.13* lässt sich erkennen, dass eine mangelhafte Beschreibung der Einzelversuche durch die zyklischen Kennwerte, in diesem Fall der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve im Bereich der kleinen Dehnungsamplituden, einen starken Einfluss auf den Verlauf der daraus abgeleiteten P_J -Wöhlerlinie hat. Aus diesem Grund ist eine Linearisierung der aus den zyklischen Kennwerten abgeleiteten P_J -Wöhlerlinie anzustreben. Hierzu werden vier mögliche Vorgehensweisen untersucht:

1. Ermittlung der Dehnungen und Spannungen aus der Dehnungswöhlerlinie bei den folgenden neun Schwingspielzahlen 10^1 , $10^{1,5}$, 10^2 , $10^{2,5}$, 10^3 , $10^{3,5}$, 10^4 , $10^{4,5}$ und 10^5 und anschließende Berechnung der zugehörigen P_J -Werte. Die so gefundenen neun Wertepaare aus $P_{J,\text{exp},m}$ und $N_{\text{exp},m}$ sind die Basis für eine Regressionsrechnung, um die Parameter $P_{J,0}$ und d für die P_J -Wöhlerlinie zu ermitteln.

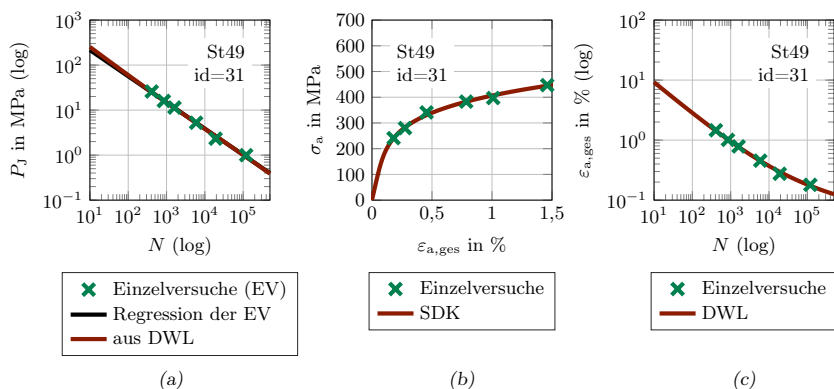


Abbildung 6.12.: (a) Beispiel für eine gute Beschreibung der P_J -Wöhlerlinie auf Basis der zyklischen Kennwerte, (b) zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, (c) Dehnungswöhlerlinie

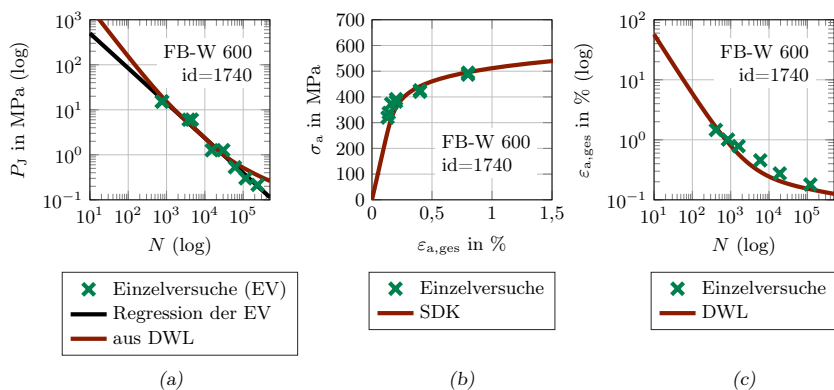


Abbildung 6.13.: (a) Beispiel für eine schlechte Beschreibung der P_J -Wöhlerlinie auf Basis der zyklischen Kennwerte, (b) zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, (c) Dehnungswöhlerlinie

- 2. Auf der Dehnungswöhlerlinie werden zwei Stützstellen bei den Schwing-
spielzahlen N_1 und N_2 gewählt, durch die die Parameter $P_{J,0}$ und d fest-
gelegt werden.
- 3. Bei einer bestimmten Schwingspielzahl N_0 wird die Stützstelle $P_{J,0}$ ge-
wählt und an diesem Punkt die Tangente an die aus den zyklischen Kenn-
werten abgeleitete P_J -Wöhlerlinie gelegt.
- 4. Die Stützstelle der P_J -Wöhlerlinie wird bei einer bestimmten Schwing-
spielzahl N_0 aus den zyklischen Kennwerten bestimmt. Für die Neigung
 d wird ein fester Wert gewählt.

6.2.1. Vorgehensweise 1

Die sich ergebenden Mittelwerte und Streuspannen beim Vergleich der mit Vor-
gehensweise 1 ermittelten Schwingspielzahlen $N_{\text{exp,m}}$ mit denen der Einzelver-
suche N_{exp} sind in *Tabelle 6.6* aufgeführt. Die zugehörigen N - N -Diagramme
und Wahrscheinlichkeitsnetze sind in *Abbildung 6.14* dargestellt.

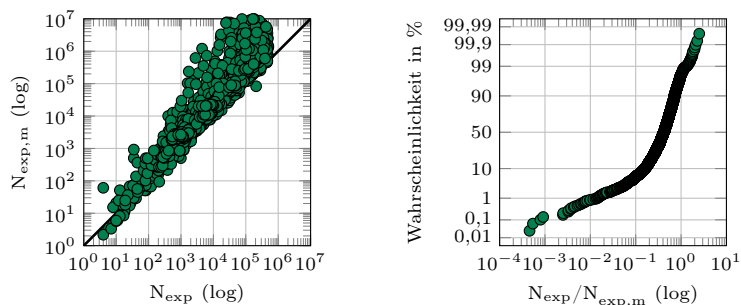
Zum einen werden die Lebensdauern im Mittel stark überschätzt, zum anderen
weisen die Streuspannen sehr große Werte auf. Dies lässt sich durch die o.g. z.T.
unbefriedigende Beschreibung der Einzelversuchen durch die zyklischen Kenn-
werte erklären. Eine wie in *Abbildung 6.13* dargestellte linksgekrümmte P_J -
Wöhlerlinie, die aus den zyklischen Kennwerten abgeleitet wurde, führt auch
nach der Linearisierung zu einer z.T. starken Überschätzung der Lebensdauer.

Werkstoffgruppe	m	T_N	Anz. Versuchsreihen	Anz. Einzelvers.
Stahl ohne GS	0,36	4,53	242	2.620
Stahlguss	0,26	19,4	6	78
Aluminiumknet.	0,15	12,2	31	404

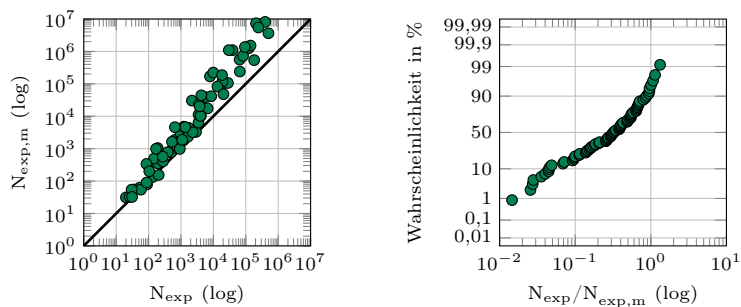
Tabelle 6.6.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_J -
Wöhlerlinien, Vorgehensweise 1

6.2.2. Vorgehensweise 2

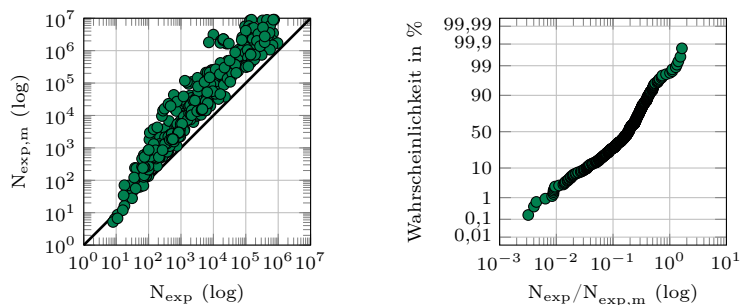
Aufgrund der oben beschriebenen Krümmung der P_J -Wöhlerlinie ist zu erwar-
ten, dass die Güte der nach Vorgehensweise 2 abgeleiteten Wöhlerlinie stark
von der Wahl der Stützstellen N_1 und N_2 abhängt. Daher werden verschiedene
Kombinationen der Stützstellen N_1 und N_2 untersucht. In *Tabelle 6.7* sind die



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

 Abbildung 6.14.: N - N -Diagramm und Wahrscheinlichkeitsnetz für die Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nach Vorgehensweise 1

untersuchten Kombinationen mit den sich ergebenden Mittelwerten und Streuspannen dokumentiert.

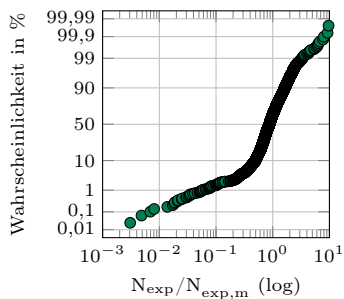
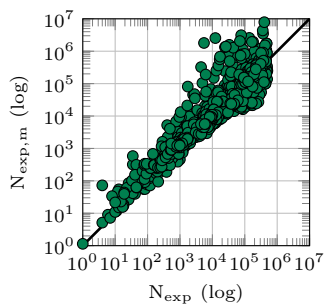
Die geringsten Streuspannen ergeben sich für alle Werkstoffgruppen bei $N_1 = 10$ und $N_2 = 1.000$. Für diese sind in *Abbildung 6.15* die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze dargestellt. Es fällt auf, dass das Optimum des Mittelwerts im Bereich zwischen 10 und 1.000 Schwingspielen geschätzt wird. Liegen die Stützstellen davor, so wird die Lebensdauer unterschätzt, liegen die Stützstellen hinter den genannten Werten, so wird die Lebensdauer tendenziell überschätzt. Die Streuspannen, die sich bei der Wahl der Stützstellen $N_1 = 10$ und $N_2 = 1.000$ ergeben, sind geringer als die bei Vorgehensweise 1.

N_1	N_2	Stahl ohne GS		Stahlguss		Aluminiumknet.	
		m	T_N	m	T_N	m	T_N
1	10	1,64	4,12	1,51	4,98	3,64	17,0
1	100	1,35	3,94	1,15	4,60	2,29	16,3
10	100	1,23	3,75	1,03	4,40	1,92	13,7
10	1.000	0,85	3,27	0,62	4,01	0,68	9,63
10	100.000	0,20	7,51	0,13	19,0	0,05	11,5
100	1.000	0,74	3,30	0,54	5,82	0,48	11,6
100	10.000	0,43	4,33	0,31	23,4	0,16	22,0
100	100.000	0,21	11,3	0,17	62,3	0,07	77,1
1.000	10.000	0,40	8,73	0,34	127	0,14	788
1.000	100.000	0,25	28,4	0,27	630	0,09	2.890
1.000	500.000	0,13	23,7	0,23	1.730	0,08	5.560
10.000	100.000	0,30	159	0,45	8.440	0,12	41.100

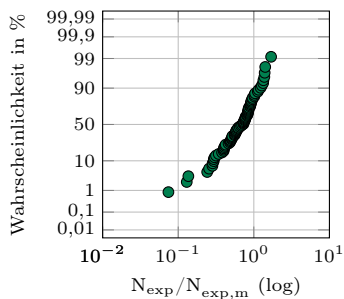
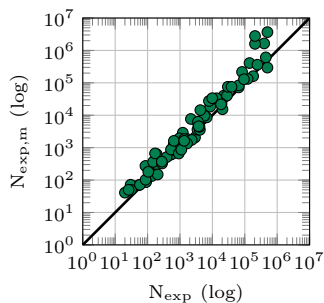
Tabelle 6.7.: Mittelwerte und Streuspannen für verschiedene Kombinationen der Stützstellen N_1 und N_2 bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie mit Vorgehensweise 2

6.2.3. Vorgehensweise 3

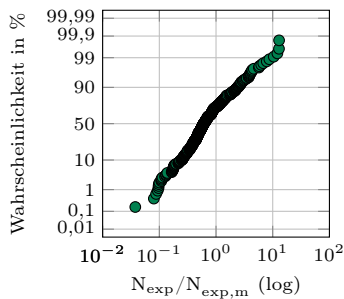
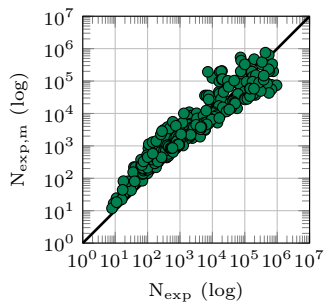
Da sich die geringste Streuspanne für eine Kombination aus N_1 und N_2 ergibt, deren Stützstellen relativ nahe beieinander liegen, wird ebenfalls überprüft, ob die P_J -Wöhlerlinie als Tangente an den aus der Dehnungswöhlerlinie berechneten Werten an einer bestimmten Stützstelle N_0 beschrieben werden kann. Die untersuchten Varianten sind mit den sich ergebenden Werten für m und T in *Tabelle 6.8* dokumentiert. Für die Kombinationen mit den geringsten Streuspannen sind die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze in *Abbildung 6.16*



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 6.15.: N - N -Diagramm und Wahrscheinlichkeitsnetz für die Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nach Vorgehensweise 2 mit $N_1 = 10$ und $N_2 = 1.000$

dargestellt. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen von Vorgehensweise 2. Die Streuspanne für die Werkstoffgruppe Aluminiumknetlegierungen ist für alle bisher betrachteten Vorgehensweisen sehr hoch im Vergleich mit den anderen Werkstoffgruppen.

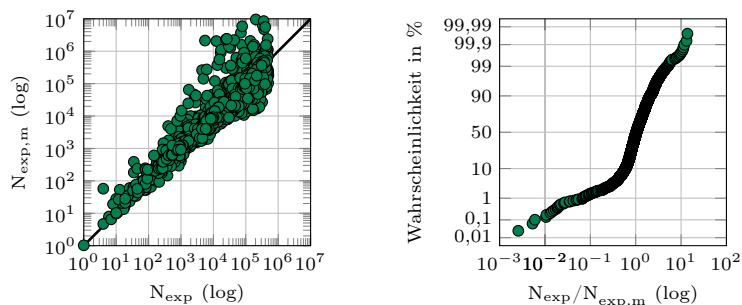
N_0	Stahl ohne GS		Stahlguss		Aluminiumknet.	
	m	T_N	m	T_N	m	T_N
10	1,48	4,16	1,33	4,77	3,05	16,8
100	1,03	3,48	0,82	3,90	1,21	9,91
1.000	0,46	19,7	0,28	175	0,12	7.487

Tabelle 6.8.: Mittelwerte und Streuspannen für verschiedene Stützstellen N_0 bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nach Vorgehensweise 3

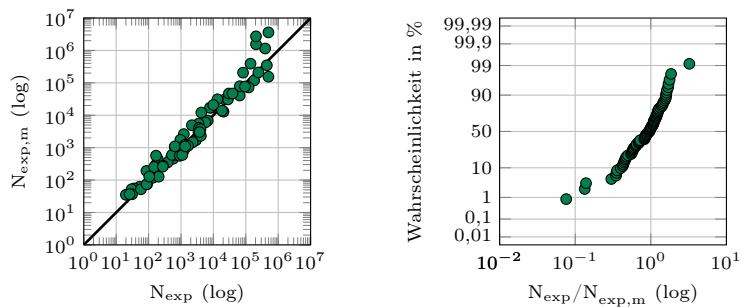
6.2.4. Vorgehensweise 4

Bei den Betrachtungen zur Vorgehensweise 2 und 3 hat sich gezeigt, dass die P_J -Wöhlerlinie im Bereich kleiner Schwingenspielzahlen recht gut beschrieben wird, die Streuung im Bereich großer Schwingenspielzahlen jedoch zunimmt. Da bei der am besten bewerteten Variante der Vorgehensweise 3 ($N_0 = 100$) die Stützstelle ebenfalls im Bereich kleiner Schwingenspielzahlen liegt, wird vermutet, dass die Güte der Abschätzung durch eine Anpassung der Neigung der P_J -Wöhlerlinie verbessert werden kann. Es wird dazu eine feste Schwingenspielzahl N_0 bei der Stützstelle sowie eine feste Neigung d gewählt. Der $P_{J,0}$ -Wert bei N_0 wird aus der Dehnungswöhlerlinie bestimmt.

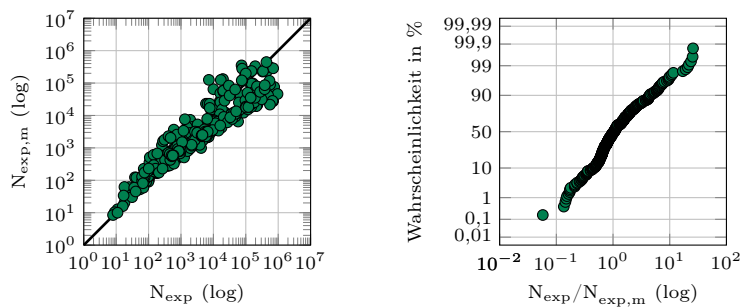
Durch Variantenrechnungen können die geringsten Streuungen für die drei Werkstoffgruppen bei den Schwingenspielzahlen der Stützstellen und den Neigungen in Tabelle 6.9 ermittelt werden. Für die in Tabelle 6.9 dargestellten Kombinationen aus N_0 und d sind die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze in Abbildung 6.17 dargestellt. Abgesehen von der Werkstoffgruppe Stahlguss sind die Streuspannen bei dieser Vorgehensweise geringer als bei den zuvor betrachteten. Insbesondere für Aluminiumknetlegierungen sinkt die Streuspanne auf ein mit den anderen Werkstoffgruppen vergleichbares Maß. Dies lässt sich damit erklären, dass die aus den zyklischen Kennwerten punktweise berechnete P_J -Wöhlerlinie die Einzelversuche in einem Lebensdauerbereich um $N = 1.000$ vergleichsweise gut beschreibt. Durch die Verwendung der festen Neigung d wird die unzureichende Beschreibung in den anderen Schwingenspielzahlbereichen zumindest abgemildert.



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 6.16.: N - N -Diagramm und Wahrscheinlichkeitsnetz für die Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nach Vorgehensweise 3 mit $N_0=100$

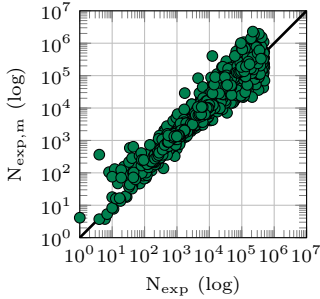
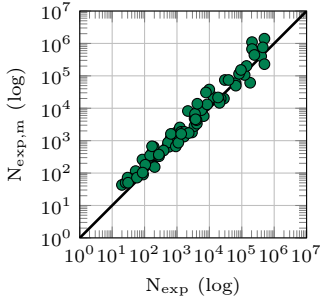
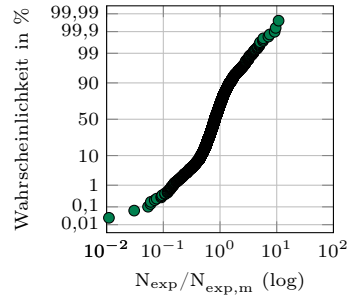
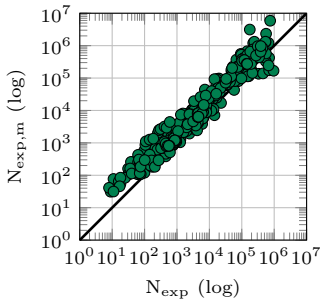
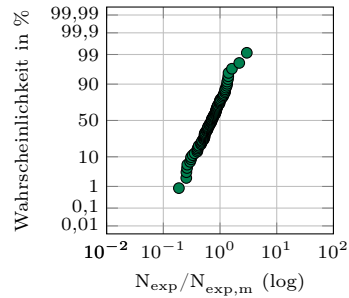
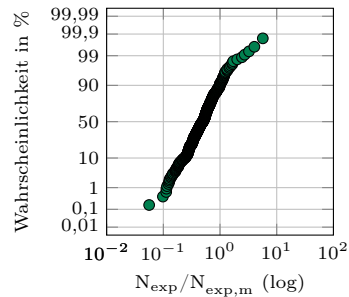
(a) Stahl ohne GS, $N_0 = 1.000$ und $d = -0,58$ (b) Stahlguss, $N_0 = 1.000$ und $d = -0,66$ (c) Aluminiumknetlegierungen, $N_0 = 1.000$ und $d = -0,60$ 

Abbildung 6.17.: N - N -Diagramm und Wahrscheinlichkeitsnetz für die Ableitung der P_J -Wöhlerlinie nach Vorgehensweise 4

Werkstoffgruppe	N_0	d	m	T_N
Stahl ohne GS	1.000	-0,58	0,82	3,19
Stahlguss	1.000	-0,66	0,69	4,22
Aluminiumknet.	1.000	-0,60	0,48	4,11

Tabelle 6.9.: Mittelwerte und Streuspannen für die Stützstelle N_0 und den Exponenten d bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie mit Vorgehensweise 4

6.2.5. Fazit

Bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie ist die Regression der Einzelversuchsergebnisse zu bevorzugen und führt zu den geringsten Streuspannen. Liegen die Einzelversuche nicht vor, liefern abhängig von der Werkstoffgruppe entweder die Variante 3 oder 4 die kleinsten Streuspannen, *Tabelle 6.10*. Für ein einheitliches Vorgehen wird die Auswertung nach Vorgehensweise 4 vorgeschlagen, da diese nur bei der Werkstoffgruppe Stahlguss, die mit sechs Versuchsreihen statistisch schlecht belegt ist, zu einer höheren Streuspanne führt, in der Umsetzung jedoch die einfachere ist. Dass Vorgehensweise 4 mit einer pauschalen Neigung im Vergleich mit den anderen Vorgehensweise zu so guten Ergebnissen führt, überrascht zunächst. Die Erklärung dafür liegt in der unzureichenden Beschreibung der Einzelversuche durch die zyklischen Kennwerte. Während leichte Unzulänglichkeiten zwischen den Einzelversuchen, Dehnungswöhlerlinie und zyklischer Spannungs-Dehnungs-Kurve zunächst keine gravierenden Auswirkungen haben, führen diese in der P_J -Wöhlerlinie zu Problemen. Da Vorgehensweise 4 lediglich einen

Vorgehensweise	Stahl ohne GS		Stahlguss		Aluminiumknet.	
	m	T_N	m	T_N	m	T_N
Regression d. Einzelvers.	1,00	1,95	1,00	2,93	1,00	2,15
Nr. 1	0,36	4,53	0,26	19,4	0,15	12,2
Nr. 2	0,85	3,27	0,62	4,01	0,68	9,63
Nr. 3	1,03	3,48	0,82	3,90	1,21	9,91
Nr. 4	0,82	3,19	0,69	4,22	0,48	4,11

Tabelle 6.10.: Vergleich der Werte für m und T bei Anwendung der verschiedenen Vorgehensweisen zur Ableitung der P_J -Wöhlerlinie aus zyklischen Kennwerten

Punkt der zyklischen Kurven verwendet, der im Mittel gut trifft, haben die Fehlschätzungen in den anderen Schwingungszahlbereichen durch die feste Neigung d keine gravierenden Auswirkungen auf die Schätzung der P_J -Wöhlerlinie.

7. Rechnerische Abschätzung zyklischer Kennwerte mit konventionellen Abschätzmethoden

Aus vielerlei Gründen kann es sinnvoll sei, zyklische Kennwerte rechnerisch abzuschätzen. Dies ist z.B. der Fall, wenn der Konstruktionsprozess noch nicht weit fortgeschritten ist und daher noch keine Bauteile oder Prototypen vorliegen, aus denen Proben entnommen werden können. Weiterhin kann der Fall vorliegen, dass ein Bauteil zu klein ist, um eine Probe zu entnehmen, wie sie zur Ermittlung zyklischer Kennwerte üblicherweise verwendet wird.

Seit den 1960er Jahren, als Manson die ersten Versuche unternahm, zyklische Kennwerte aus den Ergebnissen von quasistatischen Versuchen abzuschätzen, wurden verschiedene Methoden zur Abschätzung entwickelt, *Tabelle 7.1*. Diese werden im Folgenden zunächst vorgestellt und ihre Güte zur Abschätzung zyklischer Kennwerte wird anhand der Datenbasis aus Kapitel 4 überprüft. In Kapitel 7.4 und 7.5 werden neu entwickelte Methoden zur Abschätzung ausgehend von der Zugfestigkeit bzw. anderen quasistatischen Kennwerten vorgestellt.

Methode	Quelle	Jahr
Four-Point-Correlation-Method	[Mans 65]	1965
Method of universal Slopes	[Mans 65]	1965
Iida/Fujii	[Iida 77]	1977
Mitchell's Method	[Soci 77]	1979
Modified universal Slopes	[Mura 88]	1988
Uniform Material Law	[Bäum 90]	1990
Modified Four-Point-Correlation Method	[Ong 93]	1993
Modified Mitchel's Method	[Song 96]	1996
Material Law of Steel Sheets	[Mase 00]	2000
Hardness Method	[Roes 00]	2000
Method of variable Slopes	[Hats 04]	2004
Median Method	[Megg 04]	2004
Method of variable Slopes modified	[Esde 05]	2005
Method of variable Slopes 2006	[Hats 07]	2006
Uniform Material Law +	[Hats 07]	2006

Tabelle 7.1.: Abschätzmethoden für zyklische Kennwerte

7.1. Methoden zur rechnerischen Abschätzung zyklischer Kennwerte

Gute Übersichten über die in der Literatur zu findenden Abschätzmethoden sind z.B. bei Hatscher, [Hats 04], oder Wagener, [Wage 07], zu finden.

Die verschiedenen Autoren haben statistische Zusammenhänge zwischen den Festigkeiten in der Dehnungswöhlerlinie und quasistatischen Kennwerten bei unterschiedlichen Schwingungszahlen gefunden. Um die zyklischen Kennwerte dennoch für alle Abschätzmethoden nach einem einheitlichen Schema darstellen zu können, wird die Darstellungsweise nach Hatscher, [Hats 04], verwendet, *Gleichung 3.8*.

$$\varepsilon_{a,ges} = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{N}{N_{0\sigma}} \right)^b + \varepsilon_{p0} \left(\frac{N}{N_{0\varepsilon p}} \right)^c \quad (3.8)$$

In einigen Fällen werden für die Exponenten b und c des elastischen und plastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie keine direkten Abschätzformeln angegeben, sondern die Dehnungsanteile werden durch die Abschätzung von jeweils zwei Festigkeiten bei unterschiedlichen Schwingungszahlen beschrieben. In diesem Fall werden statt der sechs Parameter σ_0 , $N_{0\sigma}$, b , ε_{p0} , $N_{0\varepsilon p}$ und c zwei Festigkeiten mit den dazugehörigen Schwingungszahlen je Dehnungsanteil angegeben: σ_1 , $N_{1\sigma}$, σ_2 , $N_{2\sigma}$, ε_{p1} , $N_{1\varepsilon p}$, ε_{p2} , $N_{2\varepsilon p}$. Zur Bestimmung der Wöhlerlinie in der Form nach *Gleichung 3.8* kann je Dehnungsanteil eines dieser Wertepaare für σ_0 und $N_{0\sigma}$ bzw. ε_{p0} und $N_{0\varepsilon p}$ eingesetzt werden. Die Steigungen b und c ergeben sich nach *Gleichung 7.1* und *Gleichung 7.2*.

$$b = \frac{\lg(\sigma_2) - \lg(\sigma_1)}{\lg(N_{2\sigma}) - \lg(N_{1\sigma})} \quad (7.1)$$

$$c = \frac{\lg(\varepsilon_{p2}) - \lg(\varepsilon_{p1})}{\lg(N_{2\varepsilon p}) - \lg(N_{1\varepsilon p})} \quad (7.2)$$

Sofern die Gleichungen für die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve in den aufgeführten Quellen nach den Kompatibilitätsbedingungen ermittelt werden, werden diese im Folgenden nicht gesondert aufgeführt.

Gerade im englischen Sprachraum ist es nicht unüblich, die Dehnungswöhlerlinie mithilfe der Dehnungsschwingweite $\Delta\varepsilon$ und nicht mit der Dehnungsamplitude ε_a darzustellen. Während dies die Exponenten b und c der Dehnungswöhlerlinie nicht beeinflusst, kann es bei den Koeffizienten σ'_f und ε'_f zu Missverständnissen kommen. Hinzu kommt: Während im Deutschen die Begriffe Lastwechsel und Schwingspiel weitgehend synonym verwendet werden, werden die Begriffe reversal und cycle im Englischen unterschieden und beide zur Angabe der

Lebensdauer in der Dehnungswöhlerlinie verwendet. Dabei gilt:

$$1 \text{ reversal} = \frac{1}{2} \text{ cycle} \quad (7.3)$$

Um die Abschätzmethoden mit einer einheitlichen Darstellung anzugeben, wurden die unterschiedlichen Abschätzmethoden so umgeschrieben, dass sie mit Dehnungsamplituden und Schwingspielen (cycles) angegeben werden können.

7.1.1. Four-Point-Correlation-Method

Zur Bestimmung der beiden Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie werden jeweils zwei Stützstellen verwendet, *Tabelle 7.2*.

Zur Berechnung der ersten Stützstelle des elastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie bei $N = 0,25$ wird die wahre Bruchspannung σ_f verwendet. Die wahre Bruchspannung ist die wahre Spannung, die im Zugversuch beim Bruch der Probe auftritt. Zur Berechnung der zweiten Stützstelle des elastischen Anteils der Dehnungswöhlerlinie bei $N = 10^5$ wird die Zugfestigkeit verwendet. Die erste Stützstelle des plastischen Anteils der Dehnungswöhlerlinie wird durch die Brucheinschnürung Z abgeschätzt. Die zweite Stützstelle wird bei 10^4 Schwingspielen aus dem sich dort ergebenden elastischen Dehnungsanteil berechnet.

$\sigma_1 =$	$1,25 \cdot \sigma_f$	$\varepsilon_{p1} =$	$\frac{1}{8} \cdot \ln \left(\frac{1}{1-Z} \right)^{\frac{3}{4}}$
$N_{1\sigma} =$	$\frac{1}{4}$	$N_{1\varepsilon p} =$	10
$\sigma_2 =$	$0,45 \cdot R_m$	$\varepsilon_{p2} =$	$\frac{0,0066 - \varepsilon_{a,el}(10^4)}{1,91}$
$N_{2\sigma} =$	10^5	$N_{2\varepsilon p} =$	10^4

Zulässiger Wertebereich:
Titan, Magnesium, Aluminium, Silber,
Beryllium, Nickelbasislegierungen, Stahl
 $Z = 1 \dots 94\%$
 $R_m = 100 \dots 2.758 \text{ MPa}$

Tabelle 7.2.: Four-Point-Correlation-Method, [Mans 65]

7.1.2. Method of universal Slopes

Wie der Name vermuten lässt, werden für die Steigungen der Dehnungswöhlerlinie feste Werte gewählt. Die Stützstellen für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil werden aus der Zugfestigkeit und der Brucheinschnürung abgeschätzt, *Tabelle 7.3*.

$\sigma_0 =$	$1,75 \cdot R_m$	$\varepsilon_{p0} =$	$\frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{1}{1-Z} \right)^{0,6}$
$N_{0\sigma} =$	1	$N_{0\varepsilon p} =$	1
$b =$	-0,12	$c =$	-0,6
Zulässiger Wertebereich:			
unbekannt			

Tabelle 7.3.: Method of Universal Slopes, [Mans 65]

7.1.3. Iida/Fujii

Iida und Fujii leiten mithilfe der Zugfestigkeit und der Brucheinschnürung eine Abschätzmethode für geschweißte Stähle ab, [Iida 77], *Tabelle 7.4*.

$\sigma_0 =$	$5,26 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{R_m}{\text{MPa}} + 0,0013$	$\varepsilon_{p0} =$	$0,286 \cdot \ln \left(\frac{1}{1-Z} \right)$
$N_{0\sigma} =$	1	$N_{0\varepsilon p} =$	1
$b =$	$1,074 \cdot \frac{R_m}{\text{MPa}} - 0,173$	$c =$	$-0,0425 \cdot \ln \left(\frac{1}{1-Z} \right) - 0,544$
Zulässiger Wertebereich:			
geschweißte Bau- und hochfeste Stähle,			
Grundwerkstoffe:			
$Z = 53,5 \dots 72,9\%$			
$R_m = 540 \dots 901 \text{ MPa}$			

Tabelle 7.4.: Methode nach [Iida 77]

7.1.4. Mitchell’s Method

Socie und Mitchell verwenden zur Abschätzung des elastischen Anteils der Dehnungswöhlerlinie zwei Punkte bei $N = 1$ und $N = 10^6$ bei denen die wahre Bruchspannung bzw. die Zugfestigkeit zur Abschätzung herangezogen werden. Für den plastischen Anteil der Dehnungswöhlerlinie wird eine Neigung vorgegeben, wobei abhängig von der Duktilität des Werkstoffes unterschieden wird. Die Stützstelle wird über die wahre Bruchdehnung bei $N = 1$ abgeschätzt, *Tabelle 7.5.*

$\sigma_1 = \begin{cases} \sigma_f & \text{für Härte } HB > 500 \\ R_m + 345 \text{ MPa} & \text{für Härte } HB < 500 \end{cases}$	$\varepsilon_{p0} = \varepsilon_f \approx \left(\frac{1}{1-Z}\right)$
$N_{1\sigma} = 1$	$N_{0\varepsilon p} = 1$
$\sigma_2 = 0,5 \cdot R_m$	$c = \begin{cases} -0,6 & \text{für } \varepsilon_f \approx 1 \\ -0,5 & \text{für } \varepsilon_f \approx 0,5 \end{cases}$
$N_{2\sigma} = 10^6$	
Zulässiger Wertebereich:	
unbekannt	

Tabelle 7.5.: Mitchell’s Method, [Soci 77]

7.1.5. Modified universal Slopes

Die Modified universal Slopes Method ist eine Version der Method of universal Slopes, die anhand von anderen Datensätzen abgeleitet wurde, *Tabelle 7.6.*

$\sigma_0 = 0,585 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{E}\right)^{0,832}$	$\varepsilon_{p0} = 0,0133 \cdot \varepsilon_f^{0,155} \cdot \left(\frac{R_m}{E}\right)^{-0,53}$
$N_{0\sigma} = 1$	$N_{0\varepsilon p} = 1$
$b = -0,09$	$c = -0,56$
Zulässiger Wertebereich:	
unbekannt	

Tabelle 7.6.: Modified universal Slopes, [Mura 88]

7.1.6. Uniform Material Law

Bäumel und Seeger entwickeln mit dem Uniform Material Law (UML) eine Abschätzmethode, die als Eingangswerte lediglich die Zugfestigkeit und den E-Modul benötigt und mit der sich zyklische Kennwerte für un- und niedriglegierten Stahl sowie für Aluminium und Titan abschätzen lassen, *Tabelle 7.7*. Bäumel und Seeger ermitteln auch den Abknickpunkt für die Dauerfestigkeit bei $N_D = 5 \cdot 10^5$ für un- und niedriglegierten Stahl sowie bei $N_D = 10^6$ für Aluminium- und Titanlegierungen. Die dazugehörigen Dauerfestigkeiten sind für un- und niedriglegierten Stahl

$$\varepsilon_D = 0,45 \cdot \frac{R_m}{E} + 1,95 \cdot 10^{-4} \cdot \Psi$$

(7.4)

bzw. Aluminium- und Titanlegierungen

$$\varepsilon_D = 0,42 \cdot \frac{R_m}{E}$$

(7.5)

Weiterhin geben Bäumel und Seeger auch Schätzwerte für K' und n' an. Für un- und niedriglegierten Stahl:

$$n' = 0,15$$

(7.6)

$$K' = 1,65 \cdot R_m$$

(7.7)

un- und niedriglegierte Stähle		Aluminium- und Titanlegierungen
$\sigma_0 = 1,50 \cdot R_m$		$\sigma_0 = 1,67 \cdot R_m$
$N_{0\sigma} = \frac{1}{2}$		$N_{0\sigma} = \frac{1}{2}$
$b = -0,087$		$b = -0,095$
$\varepsilon_{p0} = 0,59 \cdot \Psi$		$\varepsilon_{p0} = 0,35$
$\Psi = \begin{cases} 1,0 & \text{für } \frac{R_m}{E} \leq 3 \cdot 10^{-3} \\ 1,375 - 125,0 \cdot \frac{R_m}{E} & \text{für } \frac{R_m}{E} > 3 \cdot 10^{-3} \end{cases}$		
$N_{0\varepsilon p} = \frac{1}{2}$		$N_{0\varepsilon p} = \frac{1}{2}$
$c = -0,58$		$c = -0,69$

Zulässiger Wertebereich:

$$R_m = 110 \dots 2.300 \text{MPa}$$

Tabelle 7.7.: Uniform Material Law, [Bäum 90]

sowie für Aluminium- und Titanlegierungen:

$$n' = 0, 11 \quad (7.8)$$

$$K' = 1, 61 \cdot R_m \quad (7.9)$$

Mit diesen Werten ist die Kompatibilität des zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramms zur Dehnungswöhlerlinie jedoch nicht gegeben. Ebenso führt auch die gleichzeitige Anwendung der Abknickschwingenspielzahl N_D mit der Dauerfestigkeit ε_D zu einem Punkt, der nicht auf der Dehnungswöhlerlinie liegt, die mit den Zusammenhängen in *Tabelle 7.7* abgeschätzt wird.

Neben den angegebenen mittleren Werten geben Boller und Seeger auch Formeln zur Umrechnung auf Ausfallwahrscheinlichkeiten von 10% und 90% an. Dabei wird sowohl die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, *Gleichung 7.10* und *Gleichung 7.11* sowie *Gleichung 7.14* und *Gleichung 7.15*, als auch die Dehnungswöhlerlinie, *Gleichung 7.12* und *Gleichung 7.13* sowie *Gleichung 7.16* und *Gleichung 7.17*, angepasst.

Für un- und niederlegierte Stähle, zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve:

$$\varepsilon_{a,90\%} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{1,95 \cdot R_m} \right)^{\frac{1}{0,15}} \quad (7.10)$$

$$\varepsilon_{a,10\%} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{1,40 \cdot R_m} \right)^{\frac{1}{0,15}} \quad (7.11)$$

Dehnungswöhlerlinie:

$$\varepsilon_{a,90\%} = 0,75 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.12)$$

$$\varepsilon_{a,10\%} = 1,34 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.13)$$

Für Aluminium- und Titanlegierungen, zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve:

$$\varepsilon_{a,90\%} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{1,97 \cdot R_m} \right)^{\frac{1}{0,11}} \quad (7.14)$$

$$\varepsilon_{a,10\%} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{1,32 \cdot R_m} \right)^{\frac{1}{0,11}} \quad (7.15)$$

Dehnungswöhlerlinie:

$$\varepsilon_{a,90\%} = 0,72 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.16)$$

$$\varepsilon_{a,10\%} = 1,4 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.17)$$

Während bei der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve der plastische Dehnungsanteil angepasst wird, wird die Dehnungswöhlerlinie in Dehnungsrichtung mit konstanten Faktoren verschoben, um eine von 50% abweichende Ausfallwahrscheinlichkeit darzustellen.

7.1.7. Modified Four-Point-Correlation-Method

Ong modifiziert die Four-Point-Collelation-Method und gelangt zu den Zusammenhängen in *Tabelle 7.8*.

$\sigma_1 = \sigma_f$	$\varepsilon_{p1} = \ln\left(\frac{1}{1-Z}\right)$
$N_{1\sigma} = \frac{1}{2}$	$N_{1\varepsilon p} = \frac{1}{2}$
$\sigma_2 = 0,16 \cdot E \cdot \left(\frac{R_m}{E}\right)^{0,81}$	$\varepsilon_{p2} = \frac{0,00737 - \varepsilon_{a,el}(5 \cdot 10^3)}{2,074}$
$N_{2\sigma} = 5 \cdot 10^5$	$N_{2\varepsilon p} = 5 \cdot 10^3$
Zulässiger Wertebereich:	
Stahl	
$Z = 11 \dots 80\%$	
$R_m = 345 \dots 2.585 \text{ MPa}$	

Tabelle 7.8.: Modified Four-Point-Correlation-Method, [Ong 93]

7.1.8. Modified Mitchell’s Method

Song und Park ermitteln die Zusammenhänge der Mitchell’s Method neu und konkretisieren den Gültigkeitsbereich der Methode von duktilen Werkstoffen bei der ursprünglichen Methode zu Stahl, Aluminium und Titan für die Modifikation, *Tabelle 7.9*.

$\sigma_1 =$	$R_m + 335 \text{ MPa}$	$\varepsilon_{p0} =$	ε_f
$N_{1\sigma} =$	1	$N_{0\varepsilon p} =$	1
$\sigma_2 =$	$0,446 \cdot R_m$	$c =$	-0,664
$N_{2\sigma} =$	10^6		
Zulässiger Wertebereich:			
Stahl, Aluminium, Titan			

Tabelle 7.9.: Modified Mitchell’s Method, [Song 96]

7.1.9. Material Law of Steel Sheets

Masendorf entwickelt mit dem Material Law of Steel Sheets (MLSS) die erste Methode zur Abschätzung der zyklischen Kennwerte von Stahlfeinblechen, *Tabelle 7.10*. Die zyklischen Kennwerte können aus der Gleichmaßdehnung A_g und dem Verfestigungsexponenten der Fließkurve n sowohl für den Anlieferungszustand als auch für umgeformte Zustände abgeschätzt werden. Als Eingangsgröße, die den Umformzustand charakterisiert, wird der Vergleichsumformgrad φ_v verwendet.

$\sigma_0 =$	$(10.370 + 13.036 \cdot \varphi_v) \frac{\% \cdot \text{MPa}}{A_g}$	$\varepsilon_{p0} =$	$(1,5262 - 1,1878 \cdot \varphi_v) \cdot n$
$N_{0\sigma} =$	$\frac{1}{2}$	$N_{0\varepsilon p} =$	$\frac{1}{2}$
$b =$	-0,065	$c =$	-0,518
Zulässiger Wertebereich:			
Stahl-Feinbleche			
$R_m = 286 \dots 735 \text{ MPa}$			

Tabelle 7.10.: Material Law of Steel Sheets, [Mase 00]

Neben den angegebenen Gleichungen für die 50%-Wöhlerlinien gibt Masendorf eine Standartabweichung von $s = 0,123$ für das Verhältnis der im Versuch ermittelten und der abgeschätzten Dehnung sowie Faktoren zur Umrechnung der

Gesamtdehnungen auf Ausfallwahrscheinlichkeiten von 10% und 90% an, *Gleichung 7.18* und *Gleichung 7.19*.

$$\varepsilon_{a,90\%} = 0,84 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.18)$$

$$\varepsilon_{a,10\%} = 1,15 \cdot \varepsilon_{a,50\%} \quad (7.19)$$

7.1.10. Hardness Method

Roessle und Fatemi zeigen Zusammenhänge zwischen der Härte und den zyklischen Kennwerten auf, *Tabelle 7.11*.

$\sigma_0 =$	$(4,25 \cdot HB + 225) \text{ MPa}$	$\varepsilon_{p0} =$	$\frac{(0,32 \cdot HB^2 - 487 \cdot HB + 191.000) \text{ MPa}}{E}$
$N_{0\sigma} =$	$\frac{1}{2}$	$N_{0\varepsilon p} =$	$\frac{1}{2}$
$b =$	$-0,09$	$c =$	$-0,56$

Zulässiger Wertebereich:

Stahl

$R_m = 582 \dots 2.360 \text{ MPa}$

$BH = 163 \dots 536$

Tabelle 7.11.: Hardness Method, [Roes 00]

Gleichzeitig wird auch eine Korrelation zwischen Brinellhärte und Zugfestigkeit angegeben, *Gleichung 7.20*.

$$R_m = (0,0012 \cdot HB^2 + 3,3 \cdot HB) \cdot \text{MPa} \quad (7.20)$$

7.1.11. Method of variable Slopes

Hatscher verwendet eine große Datenbasis aus Ergebnissen an Stahlfeinblechen sowie den un- und niedriglegierten Stählen aus [Boll 87a] und [Boll 87b] zur Ermittlung der Method of variable Slopes, *Tabelle 7.12* und *Tabelle 7.13*. Abgeschätzt wird für den elastischen Dehnungsanteil als Stützstelle σ_0 die zyklische Dehngrenze. Die Stützstelle ε_{p0} für den plastischen Dehnungsanteil ist die zur zyklischen Dehngrenze gehörende plastische Dehnung von 0,002. Abgeschätzt wird in diesem Fall nicht die Dehnung, sondern die zugehörige Schwingspielzahl $N_{0.2}$.

Hatscher schlägt eine Schwingspielzahl $N_D = 2 \cdot 10^6$ vor, bei der die Dehnungswöhlerlinie in die Dauerfestigkeit abknicken soll und kann dieses Vorgehen durch zwölf Versuchsreihen an Feinblechen aus Stahl bestätigen.

$\sigma_0 = R'_{p0,2} = \gamma \cdot R_m \cdot (1 + \varphi_v)$	$\varepsilon_{p0} = 0,002$
$N_{0\sigma} = N_{0,2}, \text{ s. Tabelle 7.13}$	$N_{0\varepsilon p} = N_{0,2}, \text{ s. Tabelle 7.13}$
$b = -\frac{1}{\lg(2 \cdot N_{0,2})} \cdot \lg\left(\frac{\delta \cdot R_m}{R'_{p0,2}}\right)$	$c = \frac{\lg\left(\frac{E \cdot 0,002}{R'_{p0,2}}\right)}{\lg(\alpha \cdot R'_{p0,2} - \beta)} + b$

Zulässiger Wertebereich:
Höherfeste und Mehrphasenfeinbleche
sowie unlegierte Stähle

Tabelle 7.12.: Method of Variable Slopes, [Hats 04], für die Hilfsgrößen γ , δ , α , β und $N_{0.2}$ siehe *Tabelle 7.13*

Werkstoffe	γ	δ	α	β	$N_{0.2}$	E in MPa
höherfeste Stahlfeinbleche ^a	0,70	1,60	0,0041	0,69	7.500	206.000
Mehrphasenstahlfeinbleche ^b	0,60	1,50	0,0041	0,69	7.500	206.000
unlegierte Stähle	0,64	1,50	0,0052	1,14	9.000	206.000

^a IF-, P-legierte, Bake-Hardening-, mikrolegierte und isotrope Stähle (ebenfalls DC04, DC06)
^b DP-, TRIP-, CP-Stähle

Tabelle 7.13.: Parameter für die Method of Variable Slopes, [Hats 04]

7.1.12. Median Method

Wie der Name schon sagt, wird bei dieser Methode nicht der Mittelwert der zyklischen Kennwerte geschätzt, sondern der Median. Weitere Schätzgleichungen werden für Titan, Eisenguss und Nickelbasislegierungen angegeben. Die zur Ableitung verwendeten Datenbasen sind jedoch sehr klein, *Tabelle 7.14*.

Stahl	Aluminium
$\sigma_0 = 1,5 \cdot R_m$	$\sigma_0 = 1,9 \cdot R_m$
$N_{0\sigma} = \frac{1}{2}$	$N_{0\sigma} = \frac{1}{2}$
$b = -0,09$	$b = -0,11$
$\varepsilon_{p0} = 0,45$	$\varepsilon_{p0} = 0,28$
$N_{0\varepsilon p} = \frac{1}{2}$	$N_{0\varepsilon p} = \frac{1}{2}$
$c = -0,59$	$c = -0,66$
Zulässiger Wertebereich: auch Temperaturen $\neq RT$	

Tabelle 7.14.: Median Method, [Megg 04]

7.1.13. Method of variable Slopes modified

Wagener und Esderts erweitern die von Hatscher ermittelte Methode um weitere Stahlfeinbleche, *Tabelle 7.15* und *Tabelle 7.16*.

$\sigma_0 = R'_{p0,2} = \gamma \cdot R_m \cdot (\phi + \varphi_v)$ ^a	$\varepsilon_{p0} = 0,002$
$N_{0\sigma} = N_{0.2} = N_s \cdot (1 - \mu \cdot \varphi_v)$, für N_s s. <i>Tabelle 7.16</i>	$N_{0\varepsilon p} = N_{0.2} = N_s \cdot (1 - \mu \cdot \varphi_v)$, für N_s s. <i>Tabelle 7.16</i>
$b = -\frac{1}{\lg(2 \cdot N_{0.2})} \cdot \lg\left(\frac{\delta \cdot R_m}{R'_{p0,2}}\right)$	$c = \frac{\lg\left(\frac{E \cdot 0,002}{R'_{p0,2}}\right)}{\lg(\alpha \cdot R'_{p0,2} - \beta)} + b$

Zulässiger Wertebereich:
Höherfeste, Mehrphasen-, CP800 W,
ZStE420 und TRIP700-Feinbleche sowie
unlegierte Stähle

^a An dieser Stelle besteht Verwechselungsgefahr. φ_v bezeichnet den Vergleichsumformgrad, ϕ den Parameter in *Tabelle 7.16*.

Tabelle 7.15.: Method of variable Slopes modified, [Esde 05]

Werkstoffe	γ	δ	α	β	N_s	E in MPa	ϕ	μ
höherfeste Stahlfeinbleche ^a	0,70	1,60	0,0041	0,69	7.500	206.000	1	1
Mehrphasenstahlfeinbleche ^b	0,60	1,50	0,0041	0,69	7.500	206.000	1	1
unlegierte Stähle	0,64	1,50	0,0052	1,14	9.000	206.000	1	1
CP800 W-Feinblech	0,70	1,60	0,0041	0,69	1.750	206.000	1	1
ZStE420-Feinblech	0,72	1,60	0,0041	0,69	5.000	206.000	0,95	1,6
TRIP700-Feinblech	0,61	1,25	0,0042	0,65	5.000	206.000	0,97	2,5

^a IF-, P-legierte, Bake-Hardening-, mikrolegierte und isotrope Stähle (ebenfalls DC04, DC06)

^b DP-, TRIP-, CP-Stähle

Tabelle 7.16.: Parameter für die Method of Variable Slopes modified, [Esde 05]

7.1.14. Method of variable Slopes 2006

Von Hatscher, Seeger und Zenner wird die Method of variable Slopes ein weiteres Mal erweitert, *Tabelle 7.17* und *Tabelle 7.18*. Hinzu kommt die Werkstoffgruppe weiche Stahlfeinbleche.

Für austenitische Stähle ist keine Schätzung möglich.

$\sigma_0 = R'_{p0,2} = \gamma \cdot R_m \cdot (1 + f_v \cdot \varphi_v)$	$\varepsilon_{p0} = 0,002$
$N_{0\sigma} = N_{0,2}, \text{ s. Tabelle 7.18}$	$N_{0\varepsilon p} = N_{0,2}, \text{ s. Tabelle 7.18}$
$b = -b_0 + \frac{\lg(1+f_v \cdot \varphi_v)}{\lg(2 \cdot N_{0,2})}$	$c = \frac{\lg\left(\frac{E \cdot 0,002}{R'_{p0,2}}\right)}{\lg(\alpha \cdot (R'_{p0,2} - E \cdot 0,002) + 1)} + b$

Zulässiger Wertebereich:

Höherfeste, weiche und
Mehrphasenfeinbleche sowie un- und
niedriglegierte Stähle, für letztere gilt
 $R_m/E \leq 0,003$

Tabelle 7.17.: Method of variable Slopes 2006, [Hats 07]

Werkstoffe	γ	$N_{0,2}$	b_0	α	f_v
höherfeste Stahlfeinbleche ^a	0,70	7.500	−0,080	0,0043	1,0
weiche Stahlfeinbleche ^b	0,70	7.500	−0,100	0,0043	1,0
Mehrphasenstahlfeinbleche ^c	0,60	7.500	−0,090	0,0043	1,0
unlegierte Stähle	0,64	9.000	−0,087	0,0048	− ^d

^a

IF-, P-legierte, Bake-Hardening-, mikrolegierte und isotrope Stähle (ebenfalls DC04, DC06)

^b

nicht IF-Stähle

^c

DP-, TRIP-, CP-Stähle

^d

Für umgeformte un- und niedriglegierte Stähle können keine Abschätzungen vorgenommen werden.

Tabelle 7.18.: Parameter für die Method of variable Slopes 2006, [Hats 07]

7.1.15. Uniform Material Law +

Die Erkenntnisse, die Hatscher, Seeger und Zenner bei der Modifikation der Method of variable Slopes erlangen, übertragen sie auf das UML und entwickeln so das Uniform Material Law + (UML+), *Tabelle 7.19* und *Tabelle 7.20*. Mit diesem lassen sich auch zyklische Kennwerte für umgeformte Stahlfeinbleche abschätzen. Der Vorteil gegenüber der Method of Variable Slopes besteht darin, dass die Stahlfeinbleche nicht in unterschiedliche Werkstoffgruppen unterteilt werden müssen.

$\sigma_0 = R'_{p0,2} = 0,64 \cdot \Psi^{-0,15} \cdot R_m \cdot (1 + f_v \cdot \varphi_v)$	$\varepsilon_{p0} = 0,002$
$N_{0\sigma} = N_{0,2} = 9.000 \cdot \Psi^{1,724}$	$N_{0ep} = N_{0,2}$
$b = -0,087 + 0,235 \cdot \lg(1 + f_v \cdot \varphi_v)$	$c = -0,58 + \max((335 - 0,64 \cdot R_m) \cdot 10^{-3}; 0)$
$\Psi = \begin{cases} 1,0 & \text{für } \frac{R_m}{E} \leq 3 \cdot 10^{-3} \\ 1,375 - 125,0 \cdot \frac{R_m}{E} & \text{für } \frac{R_m}{E} > 3 \cdot 10^{-3} \end{cases}$	

Zulässiger Wertebereich:

Höherfeste, weiche und Mehrphasenfeinbleche
un- und niedriglegierte Stähle mit $R_m/E \leq 0,003$

Tabelle 7.19.: Uniform Material Law +, [Hats 07]

Werkstoffe	f_v
Stahlfeinbleche (nicht austenitisch)	1,0
un- und niedriglegierte Stähle, $R_m/E \leq 0,003$	$-^a$

^a Durch die Beschränkung der Gültigkeit auf $R_m/E \leq 0,003$ für un- und niedriglegierte Stähle kommt die Fallunterscheidung für Ψ nur bei Feinblechen zum Tragen.

Tabelle 7.20.: Parameter f_v für das Uniform Material Law + (UML+), [Hats 07]

7.2. Gütekriterien für rechnerische Abschätzmethoden

Für die Bewertung der Treffsicherheit der verschiedenen Abschätzmethoden werden die abgeschätzten zyklischen Kennwerte mit experimentell bestimmten Werten verglichen. Die experimentell bestimmten zyklischen Kennwerte stammen aus der in Kapitel 4 beschriebenen Datenbasis.

In Kapitel 5.2 wird hergeleitet, warum es sinnvoll ist, die Streuung der Schwingungszahl in der Gesamtdehnungswöhlerlinie und die Streuung der Spannung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve zu betrachten. Diese beiden Größen werden in Kapitel 5.3 verwendet, um verschiedene Auswertemethoden für zyklische Kennwerte miteinander zu vergleichen. Von diesem Vorgehen wird bei der Bewertung von Abschätzmethoden abgewichen, da bei diesen i.d.R. die elastischen und plastischen Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie unabhängig voneinander abgeschätzt werden. Es ist sinnvoll, Gütekriterien zu verwenden, die gesondert für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil anwendbar sind. Dies wird im Folgenden erläutert.

Bei der Bewertung der abgeschätzten Dehnungswöhlerlinie ergeben sich prinzipiell zwei Möglichkeiten. Entweder können die abgeschätzten Dehnungen mit den experimentell bestimmten verglichen werden, z.B. bei [Mans 65], [Mase 00], [Hats 04] oder aber es werden die abgeschätzten Lebensdauern mit den experimentell ermittelten verglichen, [Mans 65], [Song 96], [Hats 07]. Der Vergleich in Lebensdauerichtung hat den Vorteil, dass aus diesem die Auswirkungen auf eine Lebensdauerabschätzung für ein Bauteil besser abgeleitet werden können. Zu jedem Einzelversuch liegt in der Datenbasis eine experimentelle Lebensdauer N_{exp} vor. Würde diese zur Bewertung herangezogen, wäre die Versuchsstreuung in der Bewertung der Abschätzmethoden enthalten. Um nur die Streuung der eigentlichen Abschätzmethode zu bewerten, wird zu jedem Einzelversuch die dazugehörige gemittelte experimentelle Lebensdauer $N_{\text{exp,m}}$ bestimmt¹. Weiterhin wird zu jedem Datensatz eine Dehnungswöhlerlinie mit den Abschätzmethoden aus den statischen Kennwerten abgeschätzt und daraus zu jedem Einzelversuch, zu dem bereits $N_{\text{exp,m}}$ berechnet wurde, eine geschätzte Lebensdauer $N_{\text{schätz}}$ bestimmt, *Abbildung 7.1*.

Aus den beiden Lebensdauern $N_{\text{exp,m}}$ und $N_{\text{schätz}}$ wird für jeden der n Einzelversuche der Quotient $N_{\text{exp,m}}/N_{\text{schätz}}$ gebildet. Werden alle n Quotienten betrachtet, kann aus diesen der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T entsprechend *Gleichung 3.28* und *Gleichung 3.29* gebildet werden.

Bei einer idealen Abschätzmethode ist $m = 1$ und T tendiert gegen den Wert 1.

¹ Bei zwei unterschiedlichen Stichproben desselben Werkstoffs ergeben sich auf demselben Dehnungshorizont unterschiedliche Werte für $N_{\text{exp,m}}$. Daher ist die so bestimmte Streuung nur näherungsweise um die Versuchsstreuung bereinigt.

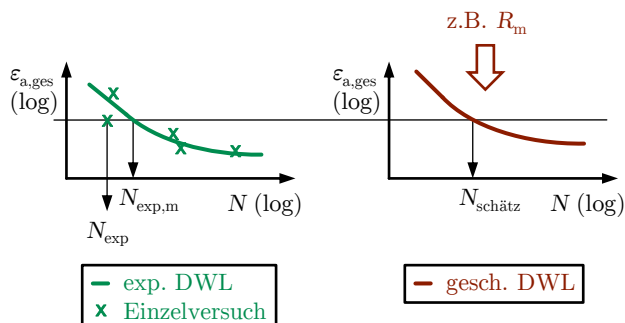


Abbildung 7.1.: Bestimmung von $N_{\text{exp},m}$ und $N_{\text{schätz}}$ zur Bewertung von Abschätzmethoden

Mit den Größen m und T stehen die beiden Größen zur Bewertung der Güte fest.

Eine weitere Größe ist beim Vergleich verschiedener Abschätzmethoden und später bei der Ableitung neuer Zusammenhänge hilfreich. Um dies zu verdeutlichen, werden die Ergebnisse zweier fiktiver Abschätzmethoden in einem Diagramm $N_{\text{schätz}}$ über $N_{\text{exp},m}$ betrachtet, *Abbildung 7.2*.

Beide Abschätzmethoden sollen zu Ergebnissen mit einem ähnlichen logarithmischen Mittelwert und einer ähnlichen Streuspanne führen. Dennoch werden bei der Methode 1 kleine Lebensdauern relativ stark über- und große unterschätzt. Aus diesem Grund wird als weiteres Kriterium die Steigung S im $N_{\text{exp},m}$ -

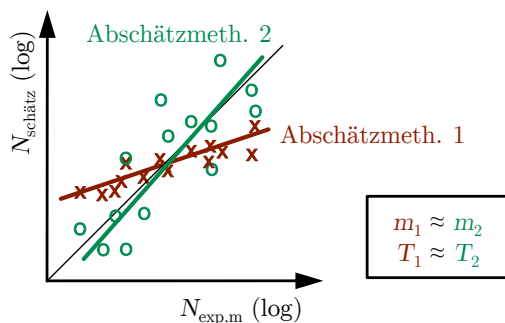


Abbildung 7.2.: Ergebnisse zweier fiktiver Abschätzmethoden

$N_{\text{schätz}}$ -Diagramm eingeführt, die durch Regression ermittelt werden kann. Im vorliegenden Fall werden die Abstandsquadrate dabei in Richtung $N_{\text{schätz}}$ (parallel zur Ordinate) minimiert. S sollte idealerweise gegen eins tendieren. In diesem Fall verläuft die Regressionsgerade parallel zur Winkelhalbierenden im $N_{\text{exp,m}}\text{-}N_{\text{schätz}}$ -Diagramm. Die Idee zur Einbeziehung der Steigung geht auf Song und Park, [Song 96], zurück.

Da die Dehnungswöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve über die Kompatibilitätsbedingungen zusammenhängen, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*, werden die drei Gütekriterien nicht nur für die Gesamtdehnungswöhlerlinie, sondern auch für die Wöhlerlinien des elastischen und plastischen Dehnungsanteils bestimmt. Durch Bewertung der elastischen und plastischen Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie findet indirekt eine Bewertung der Güte der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve statt, da beide Kennlinien das Verhältnis von elastischer zu plastischer Dehnung für eine Gesamtdehnungsamplitude beinhalten.

7.3. Gütebewertung für die rechnerische Abschätzung

Die in Kapitel 7.2 definierten Gütekriterien werden auf die in Kapitel 7.1 aufgeführten Abschätzmethoden angewendet. Ziel der Untersuchung ist es, herauszufinden, wie gut sich mit den verschiedenen Methoden zyklische Kennwerte für Anriss bei Stahl und Aluminiumwerkstoffen sowie Stahlfeinblechen abschätzen lassen. Aus diesem Grund werden für die Bewertung ausschließlich Datensätze herangezogen, die Anrisschwingenspielzahlen für die genannten Werkstoffgruppen enthalten, selbst, wenn dies den Gültigkeitsgrenzen der betrachteten Methoden im Einzelfall widerspricht. Die so ermittelten Aussagen über eine konkrete Abschätzmethode sind daher auch nur für den genannten Zweck gültig. Die Bewertung der Methode unter Einhaltung der von den Verfassern gesetzten Grenzen wäre mit den hier getroffenen Aussagen nicht fair.

Da die Datensätze in der Werkstoffdatenbank, wie in Kapitel 5 geschildert, mit den werkstoffgruppenabhängigen E-Moduln $E_{\text{Stahl}} = 206 \text{ GPa}$ und $E_{\text{Alu}} = 70 \text{ GPa}$ ausgewertet wurden, werden auch zur Gütebewertung der Abschätzmethoden diese Werte verwendet. Auf der einen Seite werden die werkstoffgruppenabhängigen E-Moduln als Eingabewerte, z.B. beim UML, verwendet, auf der anderen Seite wird der werkstoffgruppenabhängige E-Modul zur Beschreibung des elastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve herangezogen.

In einigen Abschätzmethoden werden die wahre Bruchspannung σ_f oder die wahre Bruchdehnung ε_f aus dem Zugversuch verwendet. Für beide Werte existieren Näherungslösungen. Unter der Annahme von Volumenkonstanz kann

die wahre Bruchdehnung durch die Brucheinschnürung angenähert werden, *Gleichung 7.21*, [Mans 65].

$$\varepsilon_f = \ln \left(\frac{1}{1 - Z} \right) \quad (7.21)$$

Für die wahre Bruchspannung gibt Manson, [Mans 65], eine Näherungslösung nach O'Brien an, *Gleichung 7.22*.

$$\sigma_f = R_m (1 + \varepsilon_f) \quad (7.22)$$

Durch Kombination von *Gleichung 7.21* und *Gleichung 7.22* ergibt sich eine Näherung der wahren Bruchspannung, für die die Zugfestigkeit und die Brucheinschnürung benötigt werden, *Gleichung 7.23*.

$$\sigma_f = R_m \left(1 + \ln \left(\frac{1}{1 - Z} \right) \right) \quad (7.23)$$

Da in einem Standard-Zugversuch, wie er beispielsweise in [ISO 6892-1] genormt ist, die beiden Werte σ_f und ε_f nicht ermittelt werden, und diese dem Anwender somit üblicherweise nicht zur Verfügung stehen, werden zur Bewertung der Abschätzmethoden die beiden Näherungen in *Gleichung 7.21* und *Gleichung 7.23* verwendet.

Bei Feinblechen liegt in vielen Fällen der Sonderfall eines umgeformten Werkstoffs vor. Außer beim Material Law of Steel Sheets, den Varianten der Method of variable Slopes und dem UML+ wird der Vergleichsumformgrad φ_v nicht berücksichtigt. In diesen Fällen werden umgeformte Werkstoffe auch nicht bei der Gütebewertung verwendet. Die Güte der Abschätzung der wahren Kennwerte mit *Gleichung 7.21* bis *Gleichung 7.23* ist nicht bekannt, es ist aber davon auszugehen, dass die Abschätzungen der zyklischen Kennwerte durch die Verwendung dieser Näherungen an Güte einbüßen.

Da die Method of variable Slopes modified und Method of variable Slopes 2006 Weiterentwicklungen der Method of variable Slopes sind, wird lediglich die jüngste Variante, Abschnitt 7.1.14, bewertet.

Die Ergebnisse der Gütebewertung sind in *Tabelle 7.21* aufgeführt.

Da in *Tabelle 7.21* für die Gesamtdehnung sowie den elastischen und plastischen Dehnungsanteil jeweils die Werte für die drei Gütekriterien m , T und S angegeben sind, ist es allein anhand der Tabelle relativ schwierig herauszufinden, welche Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte am besten geeignet ist. Aus diesem Grund werden die Abschätzmethoden zunächst in die folgenden Untergruppen zur Abschätzung zyklischer Kennwerte aufgeteilt:

- Stahl
- Aluminium
- Stahlfeinbleche

Methode	Gesamtdehnung			el. Dehnungsanteil			pl. Dehnungsanteil			Anzahl	
	<i>m</i>	<i>S</i>	<i>T_N</i>	<i>m</i>	<i>S</i>	<i>T_N</i>	<i>m</i>	<i>S</i>	<i>T_N</i>	Datens.	Einzelv.
Four-Point-Correlation-Method											
■ Stahl	0,59	0,85	8,01	0,84	0,74	19,2	0,50	0,95	10,8	108	1.144
■ Aluminium	0,38	0,87	10,7	5,14	0,84	9,29	0,10	1,47	59,6	17	204
Method of universal Slopes											
■ Stahl	0,85	0,80	10,1	1,18	0,76	17,2	0,69	0,87	22,9	108	1.144
■ Aluminium	0,48	0,79	8,77	2,97	0,67	12,7	0,16	1,32	35,0	17	204
Iida/Fujii											
■ Stahl	0,42	1,16	31,3	0,15	1,41	450	1,66	0,89	26,1	108	1.144
■ Aluminium	4,72	0,64	30,3	768	0,08	103	0,50	1,44	60,0	17	204
Mitchell's Method											
■ Stahl	0,14	1,03	14,9	0,13	1,21	52,4	0,16	0,92	31,3	108	1.144
■ Aluminium	0,06	0,98	17,4	0,33	0,90	10,2	0,02	1,53	110	17	204
Modified universal Slopes											
■ Stahl	0,93	0,99	7,98	0,46	1,02	25,3	1,02	0,95	14,9	108	1.144
■ Aluminium	0,59	0,92	9,70	5,47	0,96	11,96	0,21	1,39	44,8	17	204
Uniform Material Law											
■ un- u. niedrigleg. Stahl	0,83	0,97	5,78	0,83	1,01	21,4	0,88	0,94	7,15	221	2.422
■ Aluminium	1,37	0,90	16,6	5,86	1,08	48,6	0,63	1,06	21,7	32	418
■ Stahl ^a	0,84	0,95	6,06	0,74	1,03	27,1	0,90	0,91	8,07	245	2.659
Modified Four-Point-Correlation Method											
■ Stahl	0,75	0,91	8,70	0,30	0,94	27,5	0,94	0,83	10,9	108	1.144
■ Aluminium ^a	0,50	0,88	8,83	7,88	1,08	44,0	0,17	1,29	29,4	17	204
Modified Mitchell's Method											
■ Stahl	0,53	0,90	13,8	0,39	1,10	28,8	0,66	0,78	26,7	108	1.144
■ Aluminium	0,36	0,94	10,6	0,65	0,84	9,91	0,22	1,25	24,8	17	204
Material Law of Steel Sheets											
■ Stahl, Feibleche, $\varphi = 0$	0,77	1,20	6,56	0,71	1,02	351.000	1,08	1,06	6,05	64	755
■ Stahl, Feibleche ^b	0,64	1,19	8,25	1,14	1,07	1.420.000	0,84	1,07	8,47	119	1.321
■ Stahl ^{a,b}	0,64	1,19	8,22	1,09	1,07	1.500.000	0,84	1,07	8,45	120	1.329
■ Aluminium ^{a,b}	0,00	2,00	1.300	0,01	1,43	7.550	1,43	1,43	26,4	9	108
Hardness Method ^c											
■ Stahl	0,67	0,96	6,03	0,55	1,06	37,4	0,64	0,96	8,73	245	2.659
Median Method											
■ Stahl	1,30	0,92	7,40	1,03	1,00	24,0	1,36	0,88	10,2	245	2.659
■ Aluminium	1,12	0,96	13,6	1,83	0,92	34,6	0,68	1,18	18,5	32	418
Method of variable Slopes 2006											
■ Stahl, Feinbl., höherfest ^b	0,56	1,14	4,79	0,34	1,15	45,1	0,78	0,97	4,10	92	931
■ Stahl, Feinbl., weich ^b	1,18	1,13	2,61	0,91	1,11	6,49	1,25	1,11	2,43	11	128
■ Stahl, Feinbl., Mehrphasen ^b	0,59	0,94	6,41	1,00	1,12	18,7	0,58	0,87	6,99	72	761
■ Stahl, kein Feiblech, un- und niedriglegiert $R_m/E \leq 0,003$	1,73	0,94	4,88	1,42	1,09	12,7	1,76	0,92	5,25	126	1.370
■ o.g. zusammen	0,74	1,05	5,83	0,68	1,14	23,0	0,86	0,95	6,41	310	3.190
■ o.g. Stahlfeibleche zusammen	0,61	1,04	5,46	0,57	1,12	27,1	0,71	0,94	5,79	175	1.820
Uniform Material +											
■ Stahl, Feibleche ^b	0,51	1,11	5,49	0,71	1,11	34,3	0,57	1,03	5,66	173	1.767
■ Stahl, kein Feiblech, un- und niedriglegiert $R_m/E \leq 0,003$	1,41	0,91	4,58	1,41	1,09	12,7	1,45	0,88	5,34	40	426
■ o.g. zusammen	0,63	1,09	6,73	0,81	1,13	31,6	0,69	1,01	7,09	213	2.193

^a Gültigkeitsbereich verletzt!

^b inklusive $\varphi_v \neq 0$

^c Da in der Datenbank keine Härtekennwerte hinterlegt sind, werden diese über den Zusammenhang in Gleichung 7.20 aus der Zugfestigkeit abgeschätzt.

Tabelle 7.21.: Werte der Gütekriterien für die verschiedenen Abschätzmethoden

Für jede dieser Untergruppen wird für die drei Dehnungsanteile eine Rangfolge der Methoden festgelegt. Zur Festlegung dieser Rangfolge wird die Streuspanne herangezogen. Die Methode mit der kleinsten Streuspanne erhält den Rang 1, jene mit der größten Streuspanne den höchsten Rang. Die Ränge der drei Dehnungsanteile werden mithilfe von *Gleichung 7.24* zu einer Gesamttrangfolge Rang verrechnet.

$$\overline{\text{Rang}} = \frac{2 \cdot \text{Rang}_{\varepsilon, \text{ges}} + \text{Rang}_{\varepsilon, \text{el}} + \text{Rang}_{\varepsilon, \text{pl}}}{4} \geq 1 \quad (7.24)$$

In *Gleichung 7.24* bekommt der Rang für die Gesamtdehnung einen doppelt so großen Einfluss wie die Ränge für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil. Hiermit wird dem Umstand Rechnung getragen, dass über den elastischen und plastischen Dehnungsanteil der Dehnungswöhlerlinie neben der Information über die Lebensdauer zusätzlich auch das Verhältnis aus elastischem und plastischem Dehnungsanteil für eine Gesamtdehnungsamplitude angegeben wird. Über die Bewertung der beiden Streuungen für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil wird indirekt eine Bewertung der Streuung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve vorgenommen. Durch *Gleichung 7.24* erhält die Streuung in der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve denselben Einfluss auf die Rangfolge wie die Dehnungswöhlerlinie. Würde stattdessen der arithmetische Mittelwert der drei Ränge gebildet, so bekäme das zyklische Spannungs-Dehnungs-Diagramm einen stärkeren Einfluss als die Dehnungswöhlerlinie.

Aus den drei Rängen der Dehnungsanteile wird für jede Abschätzmethode der gewichtete Mittelwert Rang gebildet. Über diesen wird die beste Abschätzmethode festgelegt. Diese weist den kleinsten Wert der Größe Rang auf.

Die Ränge für die Dehnungsanteile und die Gesamttrangfolge Rang sind für die drei o.g. Untergruppen in *Tabelle 7.22*, *Tabelle 7.23* und *Tabelle 7.24* aufgeführt.

Für die Untergruppe Stahl schneidet das UML am besten ab, während bei den Aluminiumwerkstoffen die Method of universal Slopes den niedrigsten Wert für Rang aufweist. Die Method of variable Slopes erhält die beste Platzierung bei den Stahlfeinblechen.

Es fällt auf, dass sich bei fast allen Methoden für den elastischen und plastischen Anteil der Dehnungswöhlerlinie größere Streuspannen ergeben als für die Gesamtdehnungswöhlerlinie. Dies scheint auf den ersten Blick unplausibel, lässt sich allerdings mit dem Modell der Streuung der Einzelversuche in Kapitel 5.2 erklären. Siehe hierzu *Abbildung 5.11*. Die Einzelversuche um die Gesamtdehnungswöhlerlinie streuen lediglich in Lebensdauerrichtung, da die Versuche gesamtdehnungsgeregelt durchgeführt werden. Um den elastischen bzw. plastischen Anteil der Dehnungswöhlerlinie streuen die Einzelversuche in Lebens-

Methode	Gesamt- dehnung		elastischer Dehnungsant.		plastischer Dehnungsant.		$\overline{\text{Rang}}$
	T_N	Rang	T_N	Rang	T_N	Rang	
Uniform Material Law	6,06	2	27,1	5	8,07	1	2,5
Hardness Method	6,03	1	37,4	8	8,73	2	3,0
Median Method	7,40	3	24,0	3	10,2	3	3,0
Four-Point-Correlation-Method	8,01	5	19,2	2	10,8	4	4,0
Modified universal Slopes	7,98	4	25,3	4	14,9	6	4,5
Method of universal Slopes	10,1	7	17,2	1	22,9	7	5,5
Modified Four-Point-Correlation	8,70	6	27,5	6	10,9	5	5,8
Modified Mitchel's Method	13,8	8	28,8	7	26,7	9	8,0
Mitchell's Method	14,9	9	52,4	9	31,3	10	9,3
Iida/Fujii	313	10	450	10	26,1	8	9,5

Tabelle 7.22.: Rangfolgen für Abschätzmethoden zyklischer Kennwerte für Stahl

Methode	Gesamt- dehnung		elastischer Dehnungsant.		plastischer Dehnungsant.		$\overline{\text{Rang}}$
	T_N	Rang	T_N	Rang	T_N	Rang	
Method of universal Slopes	8,77	1	12,7	5	35,0	5	3,0
Modified Mitchel's Method	10,6	4	9,91	2	24,8	3	3,3
Modified Four-Point-Correlation	8,83	2	44,0	7	29,4	4	3,8
Modified universal Slopes	9,70	3	12,0	4	44,8	6	4,0
Four-Point-Correlation-Method	10,7	5	9,29	1	59,6	7	4,5
Median Method	13,6	6	34,6	6	18,5	1	4,8
Uniform Material Law	16,6	7	48,6	8	21,7	2	6,0
Mitchell's Method	17,4	8	10,2	3	110	9	7,0
Iida/Fujii	30,3	9	103	9	60,0	8	8,8

Tabelle 7.23.: Rangfolgen für Abschätzmethoden zyklischer Kennwerte für Aluminium

Methode	Gesamt- dehnung		elastischer Dehnungsant.		plastischer Dehnungsant.		$\overline{\text{Rang}}$
	T_N	Rang	T_N	Rang	T_N	Rang	
Method of variable Slopes 2006	5,46	1	27,1	1	5,79	2	1,3
Uniform Material +	5,49	2	34,3	2	5,66	1	1,8
Material Law of Steel Sheets	8,25	3	1.420.000	3	8,47	3	3,0

Tabelle 7.24.: Rangfolgen für Abschätzmethoden zyklischer Kennwerte für Stahlfeinbleche

dauerrichtung und zusätzlich in Dehnungsrichtung. Werden die Streuungen des elastischen und plastischen Anteils nun nur in Lebensdauerrichtung ausgewertet, so ist diese Streuung i.d.R. größer als die Streuung der Gesamtdehnungswöhlerlinie.

7.4. Die FKM-Methode

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, liegen für Stähle und Aluminiumwerkstoffe Methoden vor, mit denen sich zyklische Kennwerte abschätzen lassen. Für Stahl schneidet das UML am besten ab, für Aluminium die Method of universal Slopes. Beim UML besteht das Problem, dass die Abschätzung für hochlegierte Stähle von den Verfassern nicht vorgesehen ist. Für die Anwendung der Method of universal Slopes ist neben der Zugfestigkeit auch die Brucheinschnürung eine notwendige Größe, die jedoch in vielen Fällen nicht standardmäßig ermittelt wird und dem Anwender damit in vielen Fällen auch nicht zur Verfügung steht. Beim Vergleich der beiden Werkstoffgruppen, liefert die Abschätzung für Aluminium schlechtere Ergebnisse als die für Stahl. Für Stahlfeinbleche, die durch häufig vorliegende Umformgrade φ_v einen Sonderfall darstellen, lassen sich mit der Method of Variable Slopes 2006 und dem UML+ gute Ergebnisse im Vergleich zur den Methoden für Nicht-Feinbleche erzielen.

Um die Güte der Abschätzungen für Aluminium zu verbessern und ebenfalls eine Abschätzmethode für hochlegierten Stahl bereitzustellen, die Ergebnisse im Bereich der Güten des UML oder besser liefert, wird im Folgenden basierend auf den Datensätzen der Werkstoffdatenbank eine neue Abschätzmethode abgeleitet. Da die Zugfestigkeit zu den Kennwerten gehört, die in den häufigsten Fällen für einen Werkstoff bekannt sind, soll die neue Abschätzmethode, die im Weiteren als FKM-Methode (Forschungskuratorium Maschinenbau e.V.) bezeichnet wird, als Eingangswert lediglich die Zugfestigkeit verwenden.

7.4.1. Korrelationen zwischen zyklischen Kennwerten und der Zugfestigkeit

Als Grundlage für die neue Abschätzmethode wird untersucht, inwieweit sich statistische Zusammenhänge zwischen der Zugfestigkeit und den einzelnen zyklischen Kennwerten ableiten lassen. Während der Untersuchungen zeigt sich, dass es sinnvoll ist, die Unterteilung in die folgenden vier Werkstoffgruppen vorzunehmen:

- Stahl ohne Stahlguss
- Stahlguss (GS)

- Aluminiumknetlegierungen
- Aluminiumgusslegierungen

Ähnliche, wie die im Folgenden für Stahl ohne GS gezeigten, Zusammenhänge, treten auch bei den anderen Werkstoffgruppen auf. Die Darstellung erfolgt jedoch nur beispielhaft für Stahl ohne GS.

Für die Exponenten der Dehnungswöhlerlinie b und c zeigt sich kein erkennbarer Zusammenhang zur Zugfestigkeit, *Abbildung 7.3*. Die logarithmischen Mittelwerte für b und c betragen $m_b = -0,0857$ und $m_c = -0,5671$. Diese werden als Ausgangswert für die neue Abschätzmethode herangezogen.

Bei Betrachtung der Koeffizienten der Dehnungswöhlerlinie erkennt man eine Zunahme von σ'_f mit steigender Zugfestigkeit. Für ε'_f scheint kein statistischer Zusammenhang zur Zugfestigkeit zu bestehen, *Abbildung 7.4*.

In Kapitel 5.4 wurde gezeigt, dass die Parameter der Dehnungswöhlerlinie zwar Abhängigkeiten untereinander erkennen lassen, wenn sie bei der Stützstelle $N = 0,5$ betrachtet werden, diese jedoch verschwinden, wenn sie bei größeren Schwingungszahlen ausgewertet werden. Hierfür wurde der folgende Erklärungsversuch unternommen: Die Zusammenhänge zwischen den Koeffizienten und Exponenten ergeben sich aufgrund von Fehlschätzungen der mittleren Kurven der beiden Dehnungsanteile, die sich durch die starke Extrapolation der Kurven auf $N = 0,5$ entsprechend auswirken. Sollte diese Erklärung zutreffen, müssten in einer Abschätzmethode keine Zusammenhänge der zyklischen Kennwerte untereinander berücksichtigt werden. Außerdem müssten größere Schwingungszahlen am geeignetsten sein, um Zusammenhänge zur Zugfestigkeit zu identifizieren. Bereits Hatscher, [Hats 04], weist darauf hin, dass es sinnvoll sein kann, die Stützstellen nicht bei $N_0 = 0,5$ abzuschätzen, sondern besser bei Schwingungszahlen, die im üblichen Bereich von Versuchsergebnissen liegen.

Oben wurde gezeigt, dass σ'_f mit der Zugfestigkeit zunimmt. Für σ_0 bei $N_{0\sigma} = 3.000$ ist ein noch deutlicherer Zusammenhang erkennbar, *Abbildung 7.5*. Zwischen ε'_f und der Zugfestigkeit ist hingegen keine Abhängigkeit auszumachen, für ε_{p0} bei $N_{0\varepsilon p} = 600$ und R_m jedoch schon. In beiden Fälle sind die ermittelten Zusammenhänge eingezeichnet. Für ε_{p0} wird eine Annäherung durch einen bilinearen Ansatz in doppellogarithmischer Darstellung gewählt. Eine ähnliche Begrenzung des Koeffizienten ε'_f nach oben ist bereits im UML zu finden. Die Streuung der Kennwerte um die gefundenen Zusammenhänge wurde auch für weitere Schwingungszahlen untersucht, ist jedoch bei $N_{0\sigma} = 3.000$ und $N_{0\varepsilon p} = 600$ am geringsten.

Anhand der hier durchgeführten Untersuchungen zur Korrelation der zyklischen Kennwerte und der Zugfestigkeit kann die Begründung in Kapitel 5.4 für die

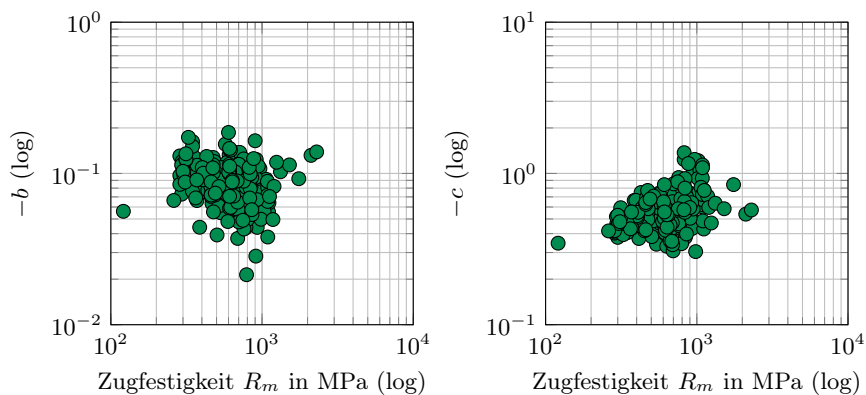


Abbildung 7.3.: Zusammenhänge zwischen den Exponenten der Dehnungswöhlerlinie und der Zugfestigkeit für Stahl ohne GS

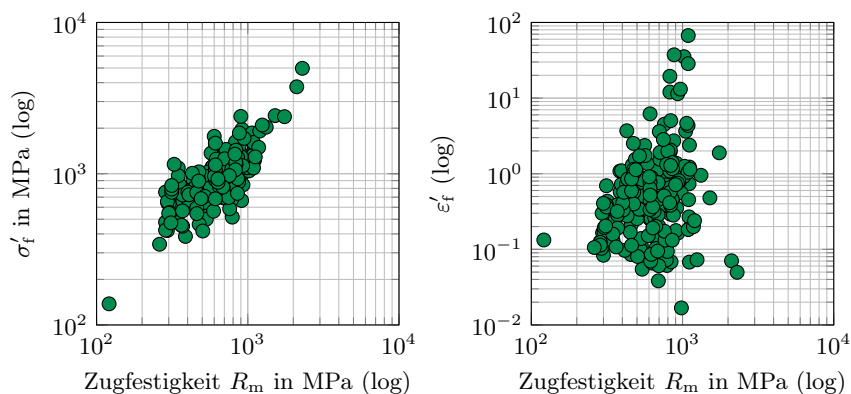


Abbildung 7.4.: Zusammenhänge zwischen den Koeffizienten der Dehnungswöhlerlinie und der Zugfestigkeit für Stahl ohne GS

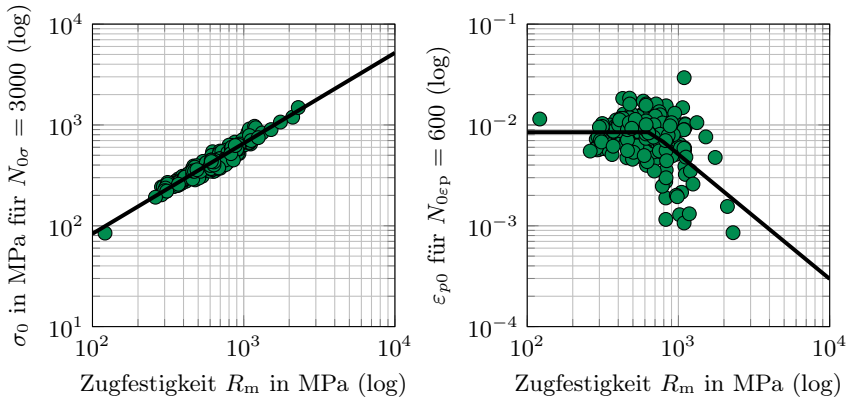


Abbildung 7.5.: Zusammenhänge zwischen den Koeffizienten der Dehnungswöhlerlinie bei $N_{0\sigma} = 3.000$ und $N_{0\epsilon_p} = 600$ und der Zugfestigkeit für Stahl ohne GS

sich je nach Wahl der Stützstelle ändernden Abhängigkeiten der zyklischen Kennwerte untereinander bestätigt werden. Wäre der Zusammenhang zwischen den Neigungen und den Exponenten (bei $N = 0,5$) der beiden Dehnungsanteile ein echter und würde nicht nur auf die Fehlschätzungen der beiden Kurven zurückzuführen sein, so müsste sich auch zwischen der Zugfestigkeit und den Neigungen eine erkennbare Abhängigkeit zeigen.

Prinzipiell finden sich ähnliche Zusammenhänge wie die aufgezeigten für Stahl ohne GS auch für die Werkstoffgruppen Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen. Die Begrenzung des Koeffizienten ϵ_{p0} kann lediglich für Stahl ohne GS gefunden werden, bei Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen jedoch nicht. Für die Werkstoffgruppe Aluminiumguss liegen zu wenige Datensätze vor, um belastbare statistische Zusammenhänge angeben zu können.

7.4.2. Ableitung der FKM-Methode

Ausgehend von den im vorherigen Kapitel ermittelten Zusammenhängen für Stahl ohne GS und ähnlichen Untersuchungen für Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen werden Abschätzungen für zyklische Kennwerte vorgenommen. Diese werden mit denselben Gütekriterien wie in Kapitel 7.2 bewertet. Durch iterative Veränderungen der Parameter der gefundenen Zusammenhänge für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil können die Werte der Gütekriterien

Kennwert	Stahl (ohne GS)	Stahlguss	Aluminiumknet.
σ_0	$1,3395 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,897}$	$0,902 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,982}$	$4,63 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,742}$
$N_{0\sigma}$	3.000	300	300
b	-0,097	-0,102	-0,106
E	206 GPa	206 GPa	70 GPa
ε_{p0}	$\min \left(0,00847 \right. \\ \left. 25,90 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-1,235} \right)$	$0,0392 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-0,181}$	$2,492 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-1,183}$
N_{0ep}	600	100	600
c	-0,52	-0,58	-0,83
zulässiger Wertebe- reich	$R_m = 121 \dots 2.296 \text{ MPa}$	$R_m = 496 \dots 1.144 \text{ MPa}$	$R_m = 216 \dots 649 \text{ MPa}$

Tabelle 7.25.: FKM-Methode zur Abschätzung zyklischer Werkstoffkennwerte

weiter optimiert werden. Hierbei haben die Neigungen b und c einen direkten Einfluss auf den Güteparameter Steigung S . Die Koeffizienten σ_0 und ε_{p0} beeinflussen die Mittelwerte m . Diese können durch die empirische Änderung der Abschätzformeln gezielt eingestellt werden.

Die Abschätzmethode schätzt die Koeffizienten und Exponenten des elastischen und plastischen Dehnungsanteils. Die Kennwerte der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve werden über die Kompatibilitätsbeziehungen ermittelt, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*.

Die als am besten bewerteten Zusammenhänge werden für die neue FKM-Methode übernommen und sind in *Tabelle 7.25* aufgeführt. Die Werte für die Gütekriterien für diese neue Abschätzmethode sind in *Tabelle 7.26* und die Wahrscheinlichkeitsnetze und N - N -Diagramme sind in *Abbildung 7.6* bis *Abbildung 7.8* aufgeführt. Die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS ist die Werkstoffgruppe mit den meisten Datensätzen und Einzelversuchen. Sie lässt sich weiter unterteilen in un-, niedrig- und hochlegierten Stahl. Die Anzahlen der Datensätze und Einzelversuche, die für diese Werkstoffgruppen in der Datenbank vorhanden sind, sind in *Tabelle 7.27* angegeben.

Mithilfe der neuen FKM-Methode werden ggü. dem UML die Gültigkeitsgrenzen für die Abschätzung für Stähle auf die gesamte Werkstoffgruppe erweitert. Gleichzeitig werden die Streuspannen reduziert. Auch für Aluminiumknetlegierungen wird durch die neue Methode eine Verbesserung der Abschätzung erzielt. Für Aluminiumguss liegen nicht genügend Datensätze vor, um eine ausreichend gute Abschätzmethode abzuleiten. Die Abschätzung des elastischen und plasti-

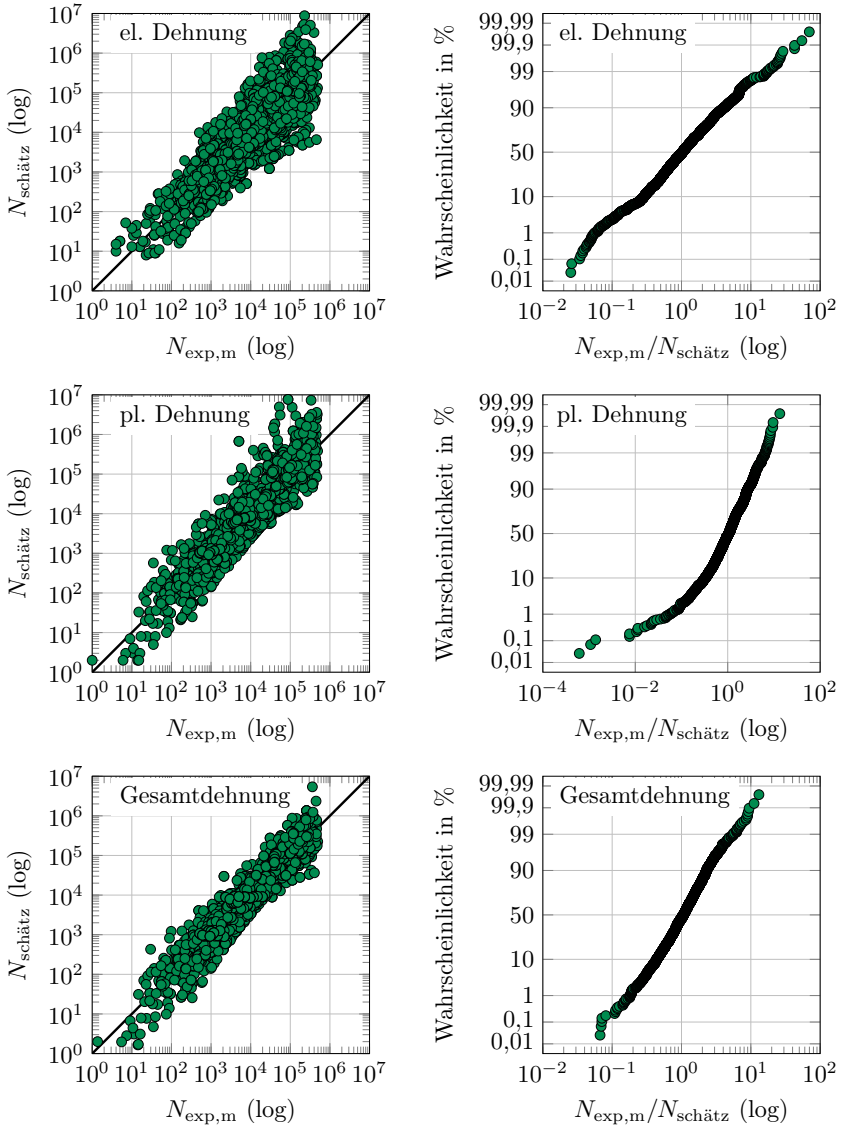


Abbildung 7.6.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die FKM-Methode und die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS

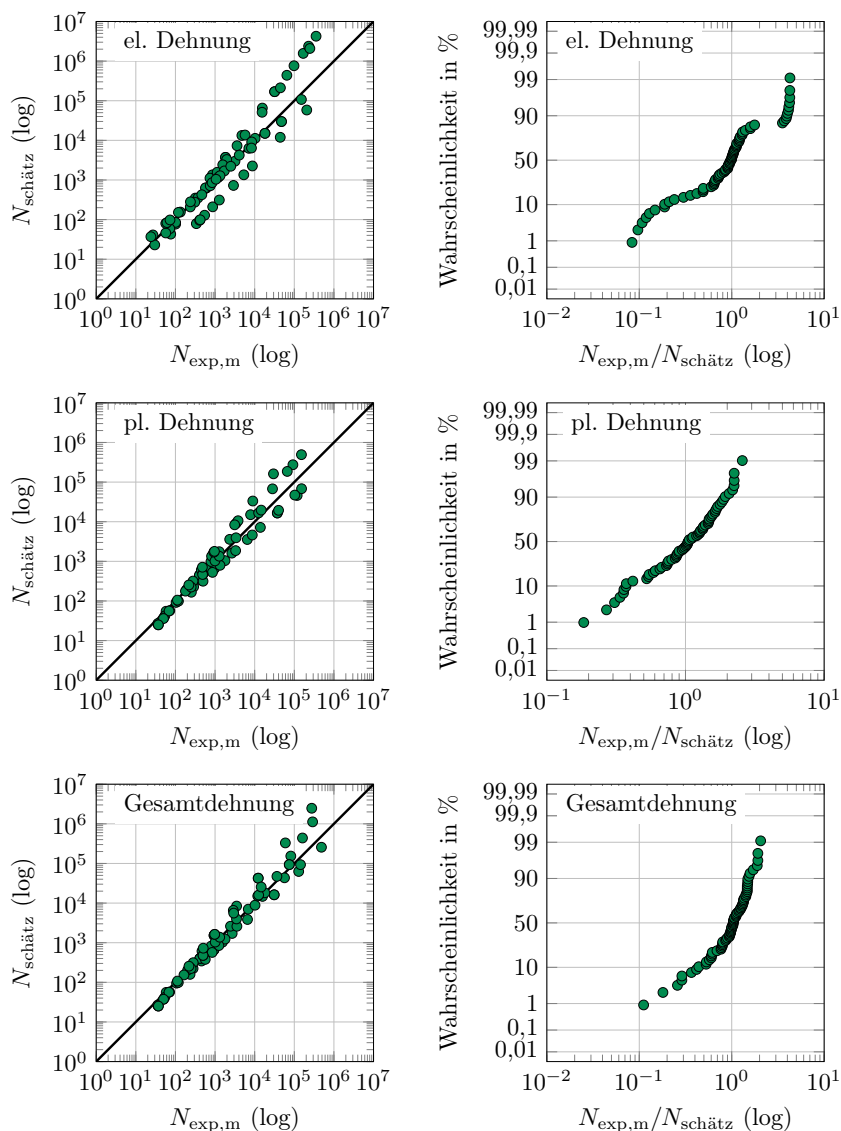


Abbildung 7.7.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die FKM-Methode und die Werkstoffgruppe Stahlguss

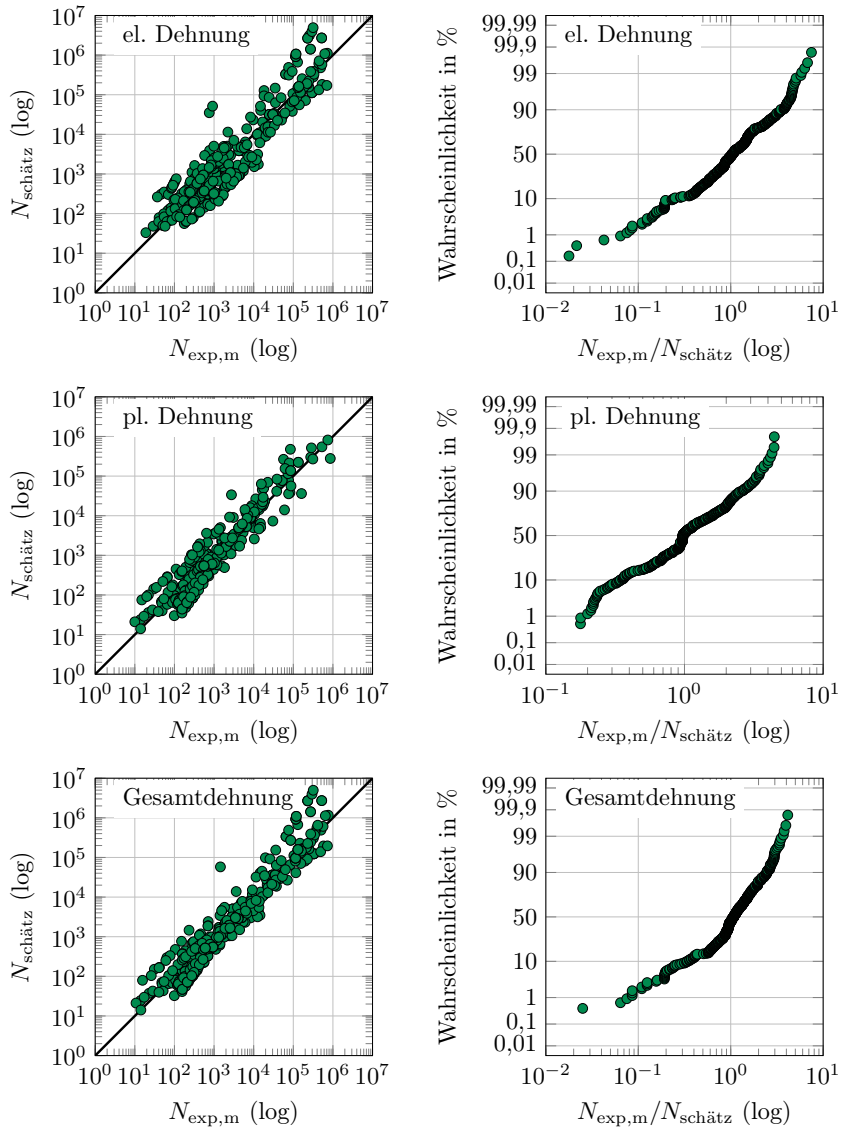


Abbildung 7.8.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die FKM-Methode und die Werkstoffgruppe Aluminiumknetlegierungen

Werkstoff	Dehnungsant.	m	S	T_N	Versuchsr.	Einzelv.
Stahl ohne GS	ε_{el}	1,04	0,95	14,3	240	2.574
	ε_{pl}	0,97	1,03	8,44		
	ε_{ges}	1,04	1,00	5,26		
Stahlguss	ε_{el}	0,87	1,15	20,9	6	74
	ε_{pl}	0,98	1,04	5,15		
	ε_{ges}	0,93	1,08	3,42		
Aluminiumknet.	ε_{el}	1,00	1,01	14,3	31	404
	ε_{pl}	1,01	1,00	7,52		
	ε_{ges}	0,98	1,05	7,26		

Tabelle 7.26.: Gütekriterien für FKM-Methode

Wertstoffuntergruppe	Anzahl	
	Datensätze	Einzelvers.
unlegierter Stahl	59	865
niedriglegierter Stahl	160	1.692
hochlegierter Stahl	21	197

Tabelle 7.27.: Anzahlen der für die Ermittlung der FKM-Methode für Stahl ohne GS verwendeten Datensätze und Einzelversuche (für die anderen Werkstoffgruppen siehe Tabelle 7.26)

Kennwert	Stahl (ohne GS)	Stahlguss	Aluminiumknet- legierungen
σ'_f	$3,1148 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,897}$	$1,732 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,982}$	$9,12 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,742}$
b	-0,097	-0,102	-0,106
E	206 GPa	206 GPa	70 GPa
ε'_f	$\min\left(0,338; 1.033 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-1,235}\right)$	$0,847 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-0,181}$	$895,9 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-1,183}$
c	-0,52	-0,58	-0,83
zulässiger Werte- bereich	$R_m = 121 \dots 2.296 \text{ MPa}$	$R_m = 496 \dots 1.144 \text{ MPa}$	$R_m = 216 \dots 649 \text{ MPa}$

Tabelle 7.28.: FKM-Methode zur Abschätzung zyklischer Werkstoffkennwerte (konventionelle Darstellung)

schen Dehnungsanteils erfolgt aus den oben angegebenen Gründen für die beiden Stützstellen $N_{0\sigma} = 3.000$ und $N_{0\epsilon p} = 600$. Da die Neigungen b und c konstant gewählt wurden, lassen sich die Koeffizienten auf $N_0 = 0,5$ umrechnen und in konventioneller Schreibweise darstellen, *Tabelle 7.28*.

7.5. Die FKM⁺-Methode

Wie im folgenden 8. Kapitel gezeigt werden wird, lässt sich die Schätzgüte für die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS durch die Anwendung von Künstlichen Neuronalen Netzen beachtlich verbessern, wenn neben der Zugfestigkeit R_m auch die Fließ- bzw. Dehngrenze $R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} und die Bruchdehnung A_k berücksichtigt wird. Motiviert durch die guten Ergebnisse, die sich mit den Künstlichen Neuronalen Netzen erzielen lassen, soll versucht werden, die Güte der FKM-Methode ebenfalls zu verbessern, indem Zusammenhänge zu den beiden anderen quasistatischen Kennwerten ausgenutzt werden. In Abschnitt 8.3 wird auf eine Problematik bei der Bruchdehnung eingegangen, die auch die Untersuchungen in diesem Abschnitt betreffen: Die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Bruchdehnungen A_k wurden anhand von Probenformen ermittelt, die unterschiedliche Proportionalitäten zwischen Länge und Querschnitt aufweisen. Bei unterschiedlichen Probenformen ergeben sich für einen Werkstoff unterschiedliche Bruchdehnungen, sodass die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Werte nicht ohne weiteres vergleichbar sind. Dennoch wird an dieser Stelle versucht, die Güte der FKM-Methode durch die Berücksichtigung der Bruchdehnung zu verbessern.

Außer für Stahl ohne GS stehen für die anderen Werkstoffgruppen nicht genügend Datensätze zur Verfügung, die alle drei statischen Kennwerte beinhalten, um diese Betrachtungen durchzuführen.

Zunächst wird untersucht, welche Zusammenhänge zwischen der Zugfestigkeit und der Fließgrenze bzw. der Bruchdehnung bestehen. Hierzu werden für die betrachteten Datensätze die Werte der Fließgrenze bzw. der Bruchdehnung über der Zugfestigkeit aufgetragen, *Abbildung 7.9* und *Abbildung 7.10*. Es wundert nicht, dass die Fließgrenze mit der Zugfestigkeit zunimmt, während die Bruchdehnung bei steigender Zugfestigkeit tendenziell kleiner wird. Zur Beschreibung der mittleren Abhängigkeiten der beiden Größenpaare werden die folgenden Ansätze verwendet, die ebenfalls in *Abbildung 7.9* und *Abbildung 7.10* dargestellt sind.

$$R_{p,\text{schätz}} = 1,02 \cdot R_m - 135 \text{ MPa} \quad (7.25)$$

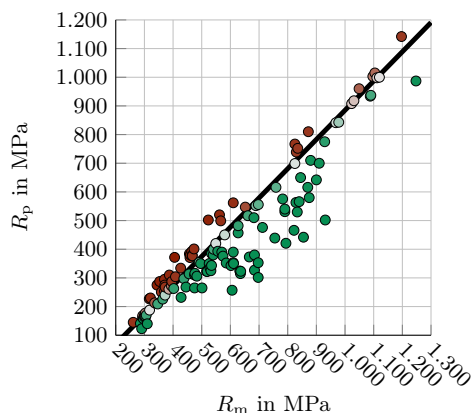


Abbildung 7.9.: Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Fließgrenze (überdurchschnittliche Fließgrenzen sind rot, unterdurchschnittliche grün dargestellt)

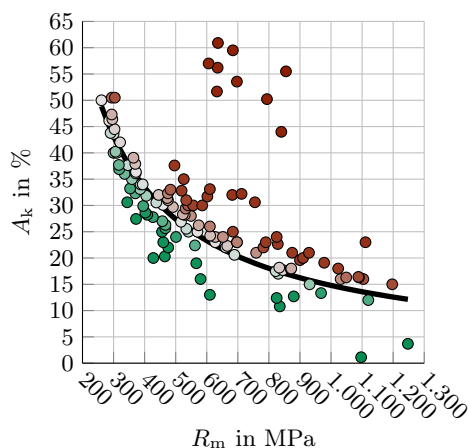


Abbildung 7.10.: Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Bruchdehnung (überdurchschnittliche Bruchdehnungen sind rot, unterdurchschnittliche grün dargestellt)

$$A_{k,\text{schätz}} = 6916,7\% \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}} \right)^{-0,89} \quad (7.26)$$

In den Diagrammen sind die Datenpunkte, bei denen Fließgrenze oder Bruchdehnung größer als die über die angegebenen Funktionen geschätzten sind, rot eingefärbt und solche die kleiner sind grün.

Es ist davon auszugehen, dass die dargestellten Zusammenhänge in der Tendenz bereits in der FKM-Methode enthalten sind. Interessant ist, ob eine Abweichung der konkreten Werte R_p und A_k von dieser Tendenz sich in der FKM-Methode in einer Fehleinschätzung der Lebensdauer bemerkbar macht.

Hierzu wird die Gütebewertung der FKM-Methode für Stahl ohne GS, vgl. *Tabelle 7.26*, mit Datensätzen wiederholt, für die alle drei quasistatischen Kennwerte vorliegen und nicht nur die Zugfestigkeit, wie in Kapitel 7.4. Die Ergebnisse sind in *Abbildung 7.11* dargestellt, wobei die Einzelversuche mit derselben Farbe wie in *Abbildung 7.9* und *Abbildung 7.10* eingefärbt sind. Es lassen sich die folgenden Tendenzen erkennen:

- Für den elastischen Dehnungsanteil wird die Lebensdauer bei überdurchschnittlich großen Fließgrenzen tendenziell unterschätzt und bei überdurchschnittlich großen Bruchdehnungen überschätzt.
- Beim plastischen Dehnungsanteil drehen sich diese Tendenzen um.
- Für die Gesamtdehnung wird die Lebensdauer durch eine überdurchschnittlich große Bruchdehnung etwas unterschätzt. Für die Fließgrenze ist ein Trend nur schwer auszumachen.

Bei dem Versuch, diese Tendenzen für eine Abschätzung nutzbar zu machen, zeigt sich, dass sich σ_0 nach der Abschätzung mithilfe der Zugfestigkeit mit der Fließgrenze korrigieren lässt. Hierzu wird, ebenso wie bei der Darstellung in *Abbildung 7.11* das Verhältnis aus tatsächlicher Fließgrenze R_p und der nach *Gleichung 7.25* berechneten Größe $R_{p,\text{schätz}}$ verwendet. Weiterhin lässt sich mit dem Verhältnis $A_k/A_{k,\text{schätz}}$ für den Exponenten des plastischen Dehnungsanteils c eine Einteilung in zwei Wertebereiche vornehmen. Hierdurch wird eine Gruppe Datensätze erfasst, die bei den bisherigen Betrachtungen nicht auffällig geworden ist, sich jedoch durch eine hohe Bruchdehnung bei mittlerer Zugfestigkeit auszeichnet. Die Datensätze sind in *Abbildung 7.10* gut zu erkennen. Es handelt sich dabei um die hochlegierten Stähle, für die die drei als Eingabewerte benötigten quasistatischen Kennwerte vorliegen sowie um einen Stahl der Sorte 39MnVS3.

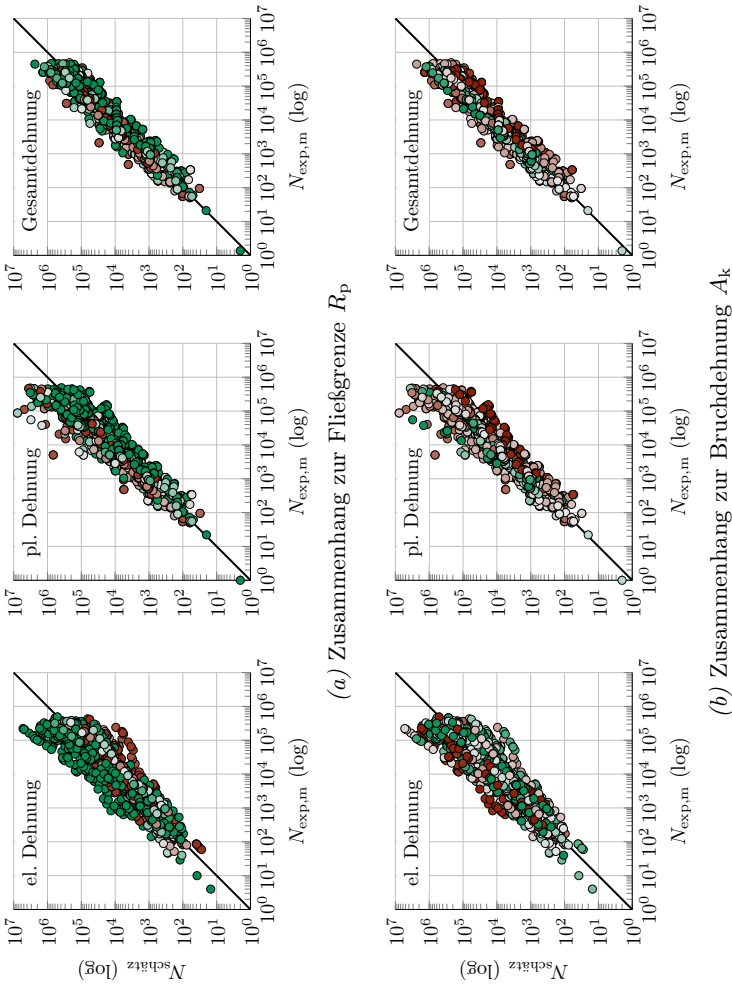


Abbildung 7.11.: N - N -Diagramme für die FKM-Methode für Stahl ohne GS bei Anwendung von Datensätzen, für die sowohl Zugfestigkeit und Flie遵grenze als auch die Bruchdehnung vorliegen (vgl. Abbildung 7.9 und Abbildung 7.10 für die Einfärbung der Punkte)

$\sigma_0 = 1,3384 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{0,900}$ $\cdot 0,9966 \cdot \left(\frac{R_p}{R_{p,\text{sch\"at}z}}\right)^{0,225}$ mit $R_{p,\text{sch\"at}z} = 1,02 \cdot R_m - 135 \text{ MPa}$ $N_{0\sigma} = 3.000$ $b = -0,099$	$\varepsilon_{p0} = \min\left(\frac{0,0084}{25,06 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-1,238}}\right)$ $N_{0\varepsilon p} = 600$ $c = \begin{cases} -0,552 & \text{f\"ur } \frac{A_k}{A_{k,\text{sch\"at}z}} \leq 2 \\ -0,411 & \text{f\"ur } \frac{A_k}{A_{k,\text{sch\"at}z}} > 2 \end{cases}$ mit $A_{k,\text{sch\"at}z} = 69,167 \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}}\right)^{-0,89}$
$E = 206 \text{ GPa}$	
Zul\"assiger Wertebereich: Stahl ohne GS $R_m = 261 \dots 1.247 \text{ MPa}$ $R_p = 122 \dots 1.142 \text{ MPa}$ $A_k = 1 \dots 70\%$	

Tabelle 7.29.: FKM⁺-Methode

Werkstoff	Dehnungsant.	m	S	T_N	Versuchsr.	Einzelv.
FKM-Methode (f\"ur Datens\"atze mit R_m)	ε_{el}	1,04	0,95	14,3	240	2574
	ε_{pl}	0,97	1,03	8,44		
	ε_{ges}	1,04	1,00	5,26		
FKM-Methode (f\"ur Datens\"atze mit R_m, R_p, A_k)	ε_{el}	0,96	0,92	9,61	153	1688
	ε_{pl}	0,82	1,03	6,74		
	ε_{ges}	0,89	0,99	4,36		
FKM ⁺ -Methode	ε_{el}	1,00	0,89	7,75	153	1688
	ε_{pl}	0,96	0,99	5,79		
	ε_{ges}	1,02	0,96	4,16		

Tabelle 7.30.: Werte der G\"utekriterien f\"ur FKM- und FKM⁺-Methode im Vergleich (Werkstoffgruppe Stahl ohne GS)

Die Gleichungen der auf die oben dargestellte Weise abgeleiteten FKM⁺-Methode sind in *Tabelle 7.29* aufgeführt. Es ist zu beachten, dass sich optimale Ergebnisse für die FKM⁺-Methode nur einstellen, wenn auch die Koeffizienten und Exponenten in den Formeln zur Schätzung mithilfe der Zugfestigkeit noch einmal leicht abgeändert werden, sodass diese nicht mit denen der FKM-Methode, *Tabelle 7.25*, übereinstimmen.

Die Werte für die Gütekriterien für die FKM⁺-Methode sind in *Tabelle 7.30* im Vergleich mit denen der FKM-Methode aufgeführt. Es fällt auf, dass die Streuspanne für alle drei Dehnungsanteile bei der FKM⁺-Methode beachtlich kleiner ist als bei der FKM-Methode. Dabei muss jedoch auch beachtet werden, dass die Datenbasis, mit der die Bewertung vorgenommen wird, kleiner ist. Dies liegt daran, dass zwar für den überwiegenden Anteil der Datensätze die Zugfestigkeit in der Datenbank hinterlegt ist, die Informationen über Fließgrenze und Bruchdehnung in vielen Fällen jedoch fehlt. Aus diesem Grund wurde die Gütebewertung für die FKM-Methode mit der kleineren Datenbasis der FKM⁺-Methode wiederholt, siehe ebenfalls *Tabelle 7.30*. Dabei zeigt sich, dass die Streuspannen allein schon durch die Bewertung mit der kleineren Datenbasis erheblich abnehmen.

7.6. Fazit

Von den aus der Literatur bekannten Abschätzmethoden liefern das UML für Stahl und die Method of universal Slopes für Aluminium die besten Schätzungen. Für Stahlfeinbleche ist die Method of variable Slopes 2006 oder das UML+ zu empfehlen. Die neu entwickelte FKM-Methode kann für die Werkstoffgruppen Stahl ohne GS, Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen aus der Zugfestigkeit die zyklischen Kennwerte schätzen, wobei die Güte der Abschätzung im Vergleich zum UML und der Method of universal Slopes verbessert werden kann. Stehen neben der Zugfestigkeit auch die Fließgrenze und die Bruchdehnung zur Verfügung, so können bessere Schätzungen mit der FKM⁺-Methode erzielt werden. Die Verbesserung der Streuspannen der FKM⁺-Methode gegenüber der FKM-Methode scheint effektiv geringer zu sein, als zunächst erwartet, ist aber dennoch wert, genutzt zu werden. Die Ergebnisse der FKM⁺-Methode sind aufgrund der unterschiedlichen Proportionalitätswerte, die bei der Ableitung der Abschätzmethode verwendet wurden, mit Vorsicht anzuwenden.

8. Abschätzung zyklischer Kennwerte mit Künstlichen Neuronalen Netzen

Unter dem Begriff Künstliches Neuronales Netz (KNN) wird ein mathematisches Konstrukt verstanden, dessen Aufbau und Funktionsweise sich an biologischen neuronalen Netzen, wie dem menschlichen Gehirn, orientiert, [Krus 11]. Im neuronalen Netz sind kleine, informationsverarbeitende Einheiten, die sogenannten Neuronen, miteinander verschaltet. Diese stellen stark vereinfachte Abstraktionen von biologischen Neuronen dar. Auch wenn die Komplexität und die Fähigkeiten Künstlicher Neuronaler Netze nicht an die des menschlichen Gehirns heranreichen, können sie trainiert werden, um bestimmte Zusammenhänge zwischen Eingabe- und Ausgabedaten zu erlernen, [Haga 14]. In diesem Kapitel soll untersucht werden, inwiefern sich KNN zur Abschätzung zyklischer Kennwerte eignen. Im Folgenden werden lediglich die zum Verständnis der Ausführungen der nächsten Abschnitte unumgänglichen Grundlagen der KNN aufgeführt. Ausführliche Erklärungen zu KNN sind z.B. bei [Haga 14] und [Krus 11] zu finden.

8.1. Aufbau und Funktionsweise von KNN

KNN bestehen aus mathematischen Neuronen, die durch gerichtete und gewichtete Verbindungen miteinander verknüpft sind, [elDs 10], *Abbildung 8.1*. Die Neuronen verarbeiten die Informationen, die zu ihnen gelangen und geben sie an andere Neuronen weiter.

KNN sind aus mehreren Schichten solcher Neuronen, sog. Layern, aufgebaut. Jedes KNN enthält eine Ein- und eine Ausgabeschicht, in denen die Ein- und Ausgabedaten verarbeitet werden. Dabei entspricht die Neuronenanzahl der Eingabeschicht der Anzahl der Eingabewerte und die Anzahl der Neuronen in der Ausgabeschicht der Anzahl der Ausgabewerte, [elDs 10]. In vielen Fällen existieren zwischen Ein- und Ausgabeschicht verdeckte Schichten (hidden Layers), welche für den Anwender üblicherweise als Black Box erscheinen, in der die Rechenoperationen ausgeführt werden. Je nach Komplexität, kann die Anzahl der hidden Layer variieren.

Im vorliegenden Fall werden ausschließlich Feed-Forward-Netze verwendet. Bei diesen Netzen erfolgt der Informationsfluss nur in eine Richtung, von der Eingabeschicht in Richtung Ausgabeschicht, [elDs 10], und im Gegensatz zu Cascade-Forward-Netzen werden Informationen nur in die direkt folgende Schicht weitergegeben, [elDs 12]. Neben Feed-Forward-Netzen werden in bestimmten Anwendungen auch sogenannte rekurrente Netze verwendet. Bei diesen ist ein Informationsfluss auch von Neuronen einer Schicht zu Neuronen derselben oder

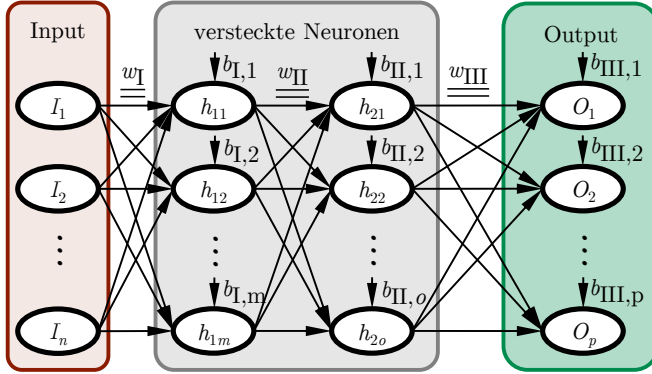


Abbildung 8.1.: Neuronales Netz mit zwei versteckten Neuronenschichten

vorhergehenden Schicht möglich. Rekurrente Netze werden zur Analyse von zeitveränderlichen Größen eingesetzt, [Haga 14].

Ein Neuron, *Abbildung 8.2*, empfängt mehrere Eingabewerte e_i , die durch die Netzgewichte w_i gewichtet am Neuron ankommen. In *Abbildung 8.2* ist ein weiterer Eingangswert für das Neuron dargestellt, der sogenannte Bias b . Die Summe der gewichteten Eingangswerte, die um den Bias verschoben wird, stellt das sogenannte Potential Φ des Neurons dar, [Arty 98], *Gleichung 8.1*.

$$\Phi = \sum (w_i \cdot e_i) + b \quad (8.1)$$

Wie das Neuron auf das Potenzial reagiert und damit die Eingangsinformationen weiterverarbeitet, hängt von der Transferfunktion $F(\Phi)$ ab. Verschiedene mögliche Transferfunktionen sind in [Haga 14] zu finden. Die beiden in dieser Arbeit verwendeten Transferfunktionen sind zum einen die lineare Funktion, deren Eingabewert dem Ausgabewert entspricht und zum anderen der Tangens Hyperbolicus, *Gleichung 8.2*.

$$F(\Phi) = \tanh(\Phi) = \frac{e^{\Phi} - e^{-\Phi}}{e^{\Phi} + e^{-\Phi}} \quad (8.2)$$

Im Ausgangszustand liegen im Netz zufällig gewählte Werte für die Gewichte und Bias-Werte vor. Durch einen Lernprozess, das sog. Training, werden diese so angepasst, dass die Abweichungen bei der Abschätzung der Ausgabewerte basie-

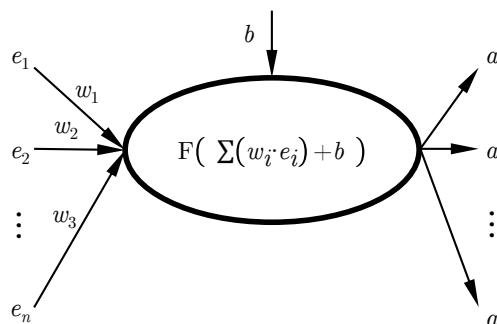


Abbildung 8.2.: Aufbau eines Neurons

rend auf den Eingabewerten möglichst klein werden. Bei den hier verwendeten Netzen handelt es sich um sogenannte Backpropagation-Netze. Diese werden mit der Fehlerrückführungsmethode (Backpropagation) trainiert. Es kommt im vorliegenden Fall der Levenberg-Marquardt-Algorithmus, [Marq 63; Haga 14], zum Einsatz.

Bei einem Eingabewert e_1 , dessen einzelne Werte generell in einer höheren Größenordnung vorliegen als ein anderer Eingabewert e_2 , besteht die Gefahr, dass dieser beim Training einen größeren Einfluss auf die Vorhersage eines Ausgabe-wertes a hat als e_2 , [Sar1 11]. Um diesen Effekt zu vermeiden, hat es sich als hilfreich erwiesen, die Ein- und Ausgabewerte eines Netzes zu normieren, z.B.:

- Normierung auf das Intervall $[-1;1]$
- Normierung auf das Intervall $[0;1]$
- Normierung durch Mittelwert und Standardabweichung

Dabei werden die Intervallgrenzen bzw. Mittelwert und Standardabweichung aus den Trainingsdaten (s. u.) bestimmt. Die Normierungen werden in der Ein- bzw. Ausgabeschicht vorgenommen. In [Sar1 11] wird ganz generell die Normierung auf das Intervall $[-1;1]$ empfohlen.

Zum Trainieren eines Netzes wird üblicherweise nicht die Gesamtheit der Daten einer Datenbasis verwendet. Die Datenbasis wird in eine Trainings- und eine Testmenge aufgeteilt. Mit der Trainingsmenge wird die Anpassung der Gewichte w_i und der Biaswerte b_i vorgenommen. Die Testmenge ist während des Trainingsprozesses für das KNN nicht zugänglich und wird nach dem Training zur Bewertung der Vorhersagegüte verwendet. Von der Trainingsmenge

wird wiederum eine vergleichsweise kleine Validierungsmenge abgespalten, die im Trainingsprozess verwendet wird, um zu überprüfen, ob das Training in die richtige Richtung verläuft, [elDs 10].

El Dsoki gibt für die Trainingsmenge eine Größe von 75 – 80% der Gesamtdatenmenge an. Für die Testmenge verbleiben demnach 20 – 25%. Für die Validierungsmenge wird eine Größe von 5% der Trainingsmenge, also 3,75 – 4% der Gesamtdatenmenge, angegeben, [elDs 12].

8.2. Anwendungen von KNN in der Betriebsfestigkeit

Bukowski, Zenner und Mitarbeiter, [Arty 98], unternehmen erste Versuche mit KNN, um von den statischen Kennwerten Zugfestigkeit R_m und Dehngrenze R_e sowie der Formzahl K_t und dem Spannungsverhältnis R auf Nennspannungswöhlerlinien zu schließen. Als Datenbasis dienen dabei etwa 250 Datensätze aus [Euli 94; Euli 97]. Vor dem Training der KNN werden die Datensätze abhängig von der Werkstoffgruppe (Stahl/Aluminium), der Beanspruchungsart (Zug-Druck/Biegung/Torsion), dem Spannungsverhältnis sowie der Probenform (flach/ rund) in Datengruppen eingeteilt. Jede Datengruppe wird einzeln behandelt. Zur Abschätzung der Nennspannungswöhlerlinien werden unterschiedliche Netzstrukturen verwendet. Zum einen wird aus den oben genannten Eingabewerten und der Nennspannungsamplitude auf die dazugehörige Schwingspielzahl geschlossen, *Abbildung 8.3*. Für die Abschätzung der Dauerfestigkeit wird ein separates KNN verwendet. Zum anderen wird eine Variante untersucht, bei der vier Netze miteinander verknüpft werden, *Abbildung 8.4*, sodass die Ergebnisse von drei Netzen als Eingabewerte für das vierte Netz verwendet werden.

Abhängig von der Datengruppe ergeben sich Streuspannen der Quotienten aus experimenteller und geschätzter Lebensdauer zwischen 2,2 und 13,8.

Marquardt und Zenner entwickeln die Idee weiter und berücksichtigen zusätzlich den bezogenen Spannungsgradienten χ^* , [Marq 02]. Die Datenbasis für das Training des Netzes stammt aus [Euli 99].

Zur Abschätzung der Nennspannungswöhlerlinien werden drei unabhängige Netze verwendet, deren Struktur in *Abbildung 8.5* dargestellt ist. Auch in [Marq 02] werden die Daten zunächst in Kategorien eingeteilt.

Die besten Ergebnisse werden für eine Anzahl von vier oder fünf Neuronen in einem hidden Layer erzielt, [Marq 02].

In seiner Dissertation nimmt sich Marquardt des Themas noch einmal an. Während die Datenbasis dieselbe bleibt ([Euli 99]), verwendet er jedoch eine andere Strategie. Aus den Eingabewerten Zugfestigkeit R_m , Dehngrenze $R_{p0,2}$, bezogener Spannungsgradient χ^* , Rauigkeit R_z , Spannungsverhältnis R und dem auf der Formzahl basierenden Stützpotential κ_t werden mithilfe von drei

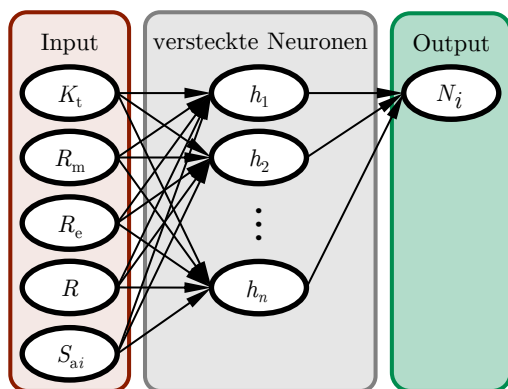


Abbildung 8.3.: Variante eines KNN zur Abschätzung einer Schwingungszahl für eine Nennspannungswöhlerlinie in [Arty 98]

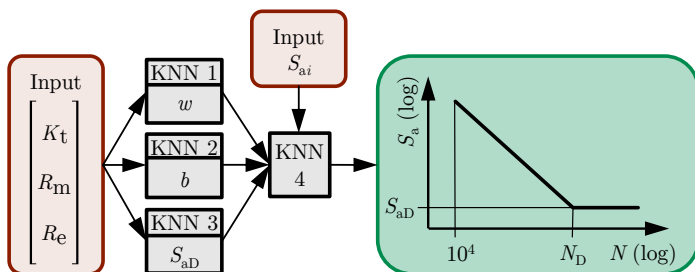


Abbildung 8.4.: Verknüpfung von vier Netzen zur Abschätzung von Nennspannungswöhlerlinien, [Arty 98]

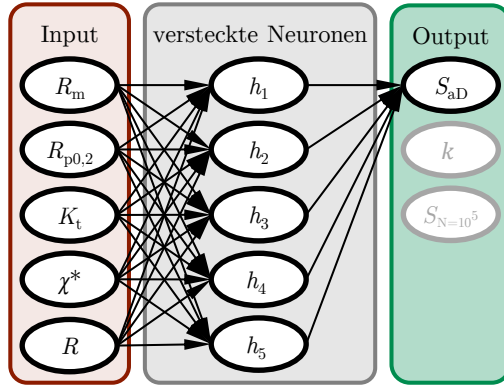


Abbildung 8.5.: Struktur der Netze zur Abschätzung von Nennspannungswöhlerlinien in [Marq 02]

unabhängigen Netzen derselben Struktur die Spannungsamplituden bei den beiden Schwingenspielzahlen $N = 2 \cdot 10^4$ und $N = 2 \cdot 10^5$ sowie die Dauerfestigkeit geschätzt, *Abbildung 8.6*.

Bei den geschätzten Spannungen handelt es sich um elastizitätstheoretische örtliche Spannungen. Zur Abschätzung der Dauerfestigkeit σ_{aD} werden die Festigkeiten, die mit den anderen beiden Netzen geschätzt wurden, mit berücksichtigt. Marquardt weist auch auf die Möglichkeit hin, zur Abschätzung der Dauerfestigkeit anstelle der abgeschätzten Festigkeiten bei $N = 2 \cdot 10^4$ und $N = 2 \cdot 10^5$ echte Versuchsergebnisse zu verwenden und so die Güte der Abschätzung zu verbessern. In [Marq 04] werden ausschließlich Netze mit drei Neuronen in einem hidden Layer verwendet.

Außerdem benutzt Marquardt in [Marq 04] KNN auch für die Abschätzung von Bauteilgaßnerlinien aus vorgegebenen Wöhlerlinien (Eingabewerte: Stützstelle der Zeitfestigkeitsgeraden $S(N = 10^5)$ sowie Neigung k) und Spannungskollektiven (Eingabewerte: Regelmäßigkeit I und Amplitudenvölligkeit V der Rainflowmatrix sowie Kollektivumfang H_0). Mit diesen Informationen und dem Kollektivhöchstwert \hat{S}_a wird mithilfe eines KNN, wie schematisch in *Abbildung 8.7* dargestellt, eine schadensäquivalente Einstufenbeanspruchung $S_{a,eq}$ abgeschätzt. Marquardt ersetzt damit die lineare Schadensakkumulation nach Palmgren und Miner durch ein KNN. Je nach Werkstoffgruppe werden Streuspannen der Quotienten aus experimenteller und geschätzter Lebensdauer von 2,7 bis 11,1 erzielt.

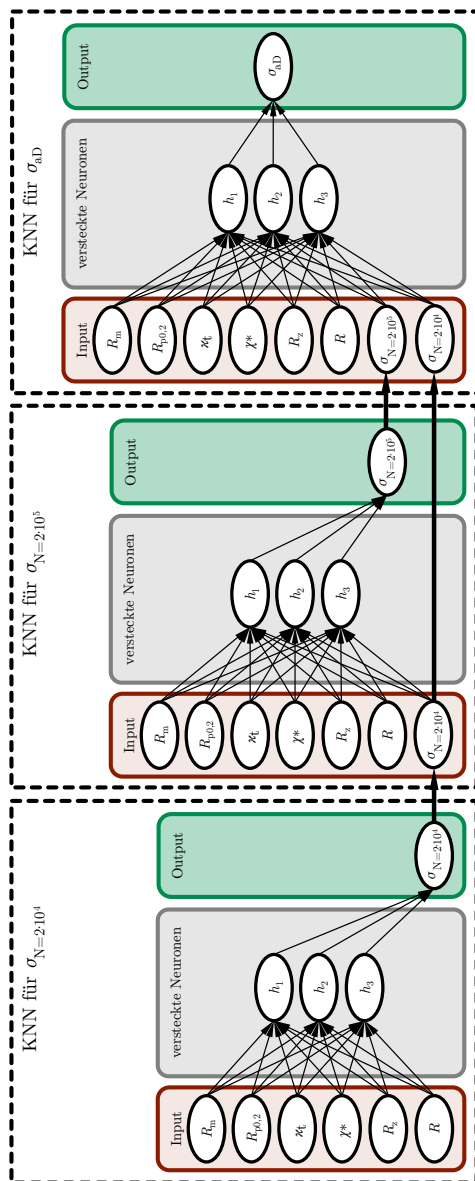


Abbildung 8.6.: Verknüpfung von drei KNN zur Abschätzung von Festigkeiten bei verschiedenen Schwingungszahlen, [Marq 04]

Masendorf benutzt KNN zum ersten Mal zur Abschätzung von zyklischen Kennwerten, [Mase 00]. Er konzentriert sich dabei auf Feibleche aus Stahl und berücksichtigt den Umformgrad φ . Masendorf verwendet als Eingabedaten die Zugfestigkeit R_m , die Dehngrenze $R_{p0,2}$, die Hauptumformgrade φ_1 und φ_2 sowie den Verfestigungsexponent n und die Anisotropie r . Für eine vorgegebene Gesamtdehnungsamplitude ε_a wird mit zwei unabhängigen KNN die Spannungsamplitude und die Anrisschwingspielzahl abgeschätzt. Durch n -fache Anwendung des KNN bei unterschiedlichen Dehnungsamplituden ergeben sich n Wertetripel aus ε_a , σ_a und N , mit denen eine Regression durchgeführt werden kann. Aus dieser ergeben sich die Dehnungswöhlerlinie und die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve, *Abbildung 8.8*. El Dsoki bezeichnet dieses Vorgehen als indirekte Abschätzung, da nicht die zyklischen Kennwerte selbst mit dem KNN geschätzt werden, sondern einzelne Punkte der Dehnungswöhlerlinie und der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve, [elDs 12].

Das KNN, mit dem die Anrisschwingspielzahl abgeschätzt wird, besteht aus einem hidden Layer mit acht Neuronen. Das KNN zur Abschätzung der Spannungsamplitude aus einem hidden Layer mit zwölf Neuronen.

El Dsoki, [elDs 10], schätzt zyklische Kennwerte von Aluminiumwerkstoffen auf ähnliche Weise ab wie [Mase 00]. Er greift dabei gleichzeitig den oben beschriebenen Gedanken der Versuchsunterstützung auf. Die Anzahl der Eingangsgrößen wird dabei stark erweitert. Neben der Zugfestigkeit R_m und der Dehngrenze $R_{p0,2}$ werden zur Abschätzung auch die Bruchdehnung A_5 , die Härte HBW sowie Prüftemperatur, Probendurchmesser und die Probenlage im Vergleich zur Extrusionsrichtung verwendet. Außerdem werden auch die Legierungsanteile von Silizium, Kupfer, Magnesium und Titan berücksichtigt. Zum Training der KNN kommen 20 Datensätze zyklischer Kennwerte zum Einsatz. Der Ansatz elDsokis unterscheidet sich von dem Masendorfs dahingehend, dass für sechs festgelegte Dehnungsamplituden ε_i je zwei – demnach zusammen zwölf – KNN trainiert werden. Mit einem der KNN wird die Schwingenspielzahl für die entsprechende Dehnungsamplitude vorhergesagt, mit dem anderen die Spannungsamplitude. Damit liegen sechs Dehnungsamplituden, sechs Spannungsamplituden und sechs Anrisschwingspielzahlen vor. Durch Regression kann auf die zyklischen Kennwerte geschlossen werden. Ein KNN besteht aus zwei hidden Layern mit je sechs und zehn Neuronen. Außerdem werden für eine Dehnungsamplitude ε_i neben den oben aufgeführten Eingangswerten auch die abgeschätzten Werte N_{i-1} bzw. σ_{i-1} der vorhergehenden Dehnung ε_{i-1} verwendet. Dasselbe Vorgehen wird ebenso in der anderen Richtung mit einer weiteren Anzahl von zwölf KNN vorgenommen, d.h. es werden die abgeschätzten Werte N_{i+1} bzw. σ_{i+1} der nachfolgenden Dehnung ε_{i+1} einbezogen, *Abbildung 8.9*. Die beiden Werte für N_i bzw. für σ_i einer Dehnungsamplitude ε_i werden an-

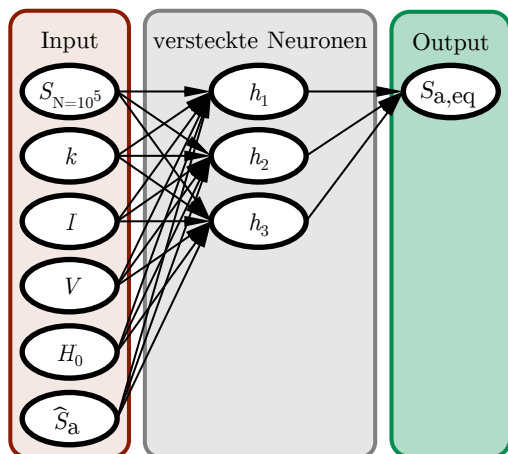


Abbildung 8.7.: KNN zur Abschätzung von schadensäquivalenten Einstufenbeanspruchungen in [Marq 04]

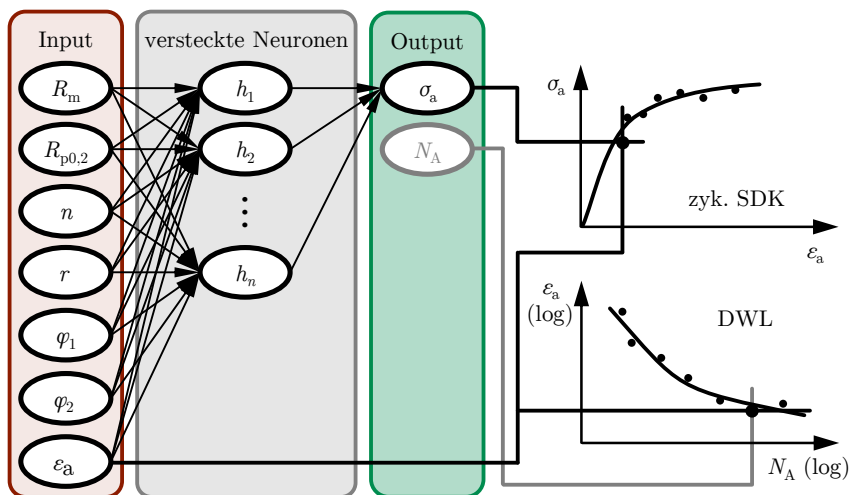


Abbildung 8.8.: Abschätzung zyklischer Kennwerte mithilfe von KNN, [Mase 00]

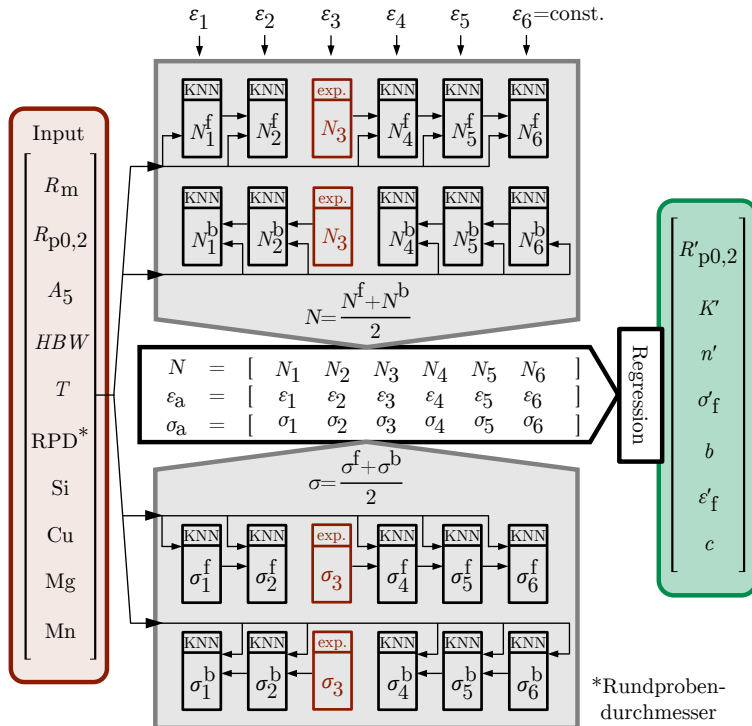


Abbildung 8.9.: Abschätzung zyklischer Kennwerte nach [eLDs 10]

schließlich gemittelt. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt darin, dass auf diese Weise die Vorhersagegüte erheblich verbessert werden kann, wenn anstelle der Abschätzungen für einen einzelnen Dehnungswert ein echtes Versuchsergebnis eingesetzt wird, [eLDs 10].

Genel, [Gene 04], schätzt die zyklischen Kennwerte σ'_f , ε'_f , b und c für Stahlwerkstoffe direkt mithilfe von KNN ohne zunächst einzelne Punkte zu bestimmen (direkte Abschätzung, [eLDs 12]). Es werden unterschiedliche Kombinationen der folgenden Kennwerte als Eingabewerte untersucht: E-Modul, Zugfestigkeit, Dehngrenze, Härte und Brucheinschnürung. Dabei wird für jeden zyklischen Kennwert ein eigenes Netz verwendet. Es ist angegeben, dass die zyklischen Kennwerte im Vergleich mit konventionellen Abschätzmethode besser vorhergesagt werden.

Der Einfluss der Netztopologie auf die direkte und indirekte Abschätzung von zyklischen Kennwerten durch KNN wird in [elDs 12] untersucht. Es werden Feedforward-backpropagation-Netze mit Cascadeforward-backpropagation-Netzen verglichen. Als Eingabewerte werden die folgenden verwendet: E-Modul, Zugfestigkeit R_m , Dehngrenze $R_{p0,2}$, Gleichmaßdehnung A_g , Bruchdehnung A_{s0} bzw. A_5 , Brucheinschürung Z , Prüftemperatur T sowie die Kennwerte der Fließkurve K und n . Alle Netze bestehen aus zwei verdeckten Schichten mit fünf und sieben Neuronen. Sowohl im Fall der direkten Abschätzung als auch bei der indirekten Abschätzung ergibt sich eine leicht bessere Vorhersagegüte bei der Verwendung von Feedforward-backpropagation-Netzen.

Weiteren Untersuchungen zur Abschätzung von Lebensdauern, die hier jedoch nicht ausführlich diskutiert werden sollen, sind in [Kara 11], [Kara 13], [Buca 06], [Buca 07] und [Pujo 11] zu finden.

Es lässt sich zusammenfassen, dass in der Literatur verschiedene Varianten zur Abschätzung von Lebensdauern unter konstanter, aber auch variabler Amplitude für Werkstoffproben und Bauteile untersucht wurden. Der Ansatz einer Abschätzung durch KNN birgt ein Potenzial, das auch für zyklische Kennwerte geeignet scheint. Da außer bei [Mase 00] für die Abschätzung von zyklischen Kennwerten die konkreten Gewichts- und Biaswerte der verwendeten Netze jedoch nicht angegeben sind und zusätzlich unterschiedliche Kriterien zur Gütebewertung verwendet werden, ist ein Vergleich der angegebenen Varianten ohne weiteres nicht möglich. Weiterhin ist anzumerken, dass alle beschriebenen KNN sich auf die Schätzung des Mittelwertes beschränken. Lediglich Marquardt, [Marq 04], verweist auf die von Adenstedt, [Aden 01], ermittelten Erfahrungswerte der Streuung, um auf anwendbare Ausfallwahrscheinlichkeiten umzurechnen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass es sich bei den Werten von Adenstedt um Versuchsstreuungen handelt und die Streuungen der Abschätzung mithilfe des KNN selbst darin nicht berücksichtigt sind.

8.3. Variantenuntersuchungen für die Abschätzung zyklischer Kennwerte

Wie im vorherigen Abschnitt aufgezeigt wurde, stellen KNN eine vielversprechende Möglichkeit zur Abschätzung von zyklischen Kennwerten dar. Die gewählten Vorgehensweisen in der Literatur unterscheiden sich in verschiedenen Punkten:

- Direkte oder indirekte Abschätzung
- Anzahl der verdeckten Schichten und der darin enthaltenen Neuronen

- Eingangswerte
- Zugrundeliegende Datenbasis (Werkstoffe, Anzahl der Datensätze)

Im Fokus der Untersuchungen in diesem Abschnitt steht die Abschätzung zyklischer Kennwerte anhand von leicht zu ermittelnden bzw. ohnehin vorhandenen quasistatischen Kennwerten eines Werkstoffes. Aus diesem Grund werden die folgenden quasistatischen Kennwerte als Eingangsgrößen für zu untersuchende KNN festgelegt:

- Zugfestigkeit R_m
- Dehngrenze $R_{p0,2}$
- Bruchdehnung A_k

Mithilfe der Neural Network Toolbox für die Programmierumgebung MATLAB werden Variantenrechnungen für verschiedene Varianten von KNN durchgeführt. Für alle unten aufgeführten Varianten (detaillierte Erklärung zu diesen Varianten und den zu schätzenden Größe folgt in den Abschnitten 8.3.1 und 8.3.2) werden die folgenden Festlegungen getroffen:

- Netzart: Feedforward
- Training: Backpropagation mit Levenberg-Marquardt-Algorithmus
- Normierung der Eingangs- und Ausgangswerte auf das Intervall $[-1;1]$
- Aufteilung der Datenbasis:
 - Trainingsmenge (ohne Validierungsmenge): 75% der Datenbasis
 - Validierungsmenge: 5% der Datenbasis
 - Testmenge: 20% der Datenbasis

Die Einteilung der Gesamtdatenmenge in Trainings-, Validierungs- und Testmenge erfolgt zufällig durch gleichverteilte Zufallszahlen.

Zur Gütebewertung der einzelnen Varianten (s.u.) wird die Streuspanne T der Quotienten aus experimenteller $N_{\text{exp},m}$ und abgeschätzter Schwingungszahl $N_{\text{schätz}}$ angewendet, wie in Kapitel 7.2 beschrieben. Mittelwert und Steigung S können zwar bestimmt werden, die Werte $m = 1$ und $S = 1$ können beim Training der KNN aber nicht als Zielgrößen verwendet werden.

Karakas und Tomasella, [Kara 13], weisen darauf hin, dass zum einen die zufällige Aufteilung der Daten für die Training- und Validierungsmenge und zum anderen die ebenfalls zufällige Initialisierung des Netzes über die Gewichte w_i

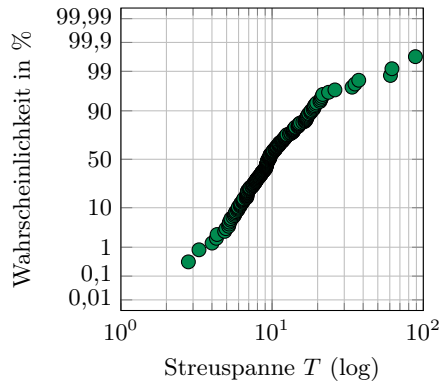


Abbildung 8.10.: Wahrscheinlichkeitsnetz der Streuspanne von $N_{\text{exp,m}}/N_{\text{schätz}}$ bei der Abschätzung der Schwingspielzahl bei einer Dehnungsamplitude von 0,3%

und Biaswerte b_i einen vergleichsweise großen Einfluss auf die Güte einer Abschätzung mithilfe von KNN haben können. Dies bestätigt sich während der Variantenrechnungen und sei beispielhaft an einem KNN gezeigt, durch das für Stahl ausgehend von der Zugfestigkeit R_m und der Dehngrenze $R_{p0,2}$ die Schwingspielzahl bei einer Dehnungsamplitude von 0,3% abgeschätzt werden soll. Dieses Netz wird 200 Mal trainiert, wobei die Wahl der Startwerte der Gewichte und der Biaswerte sowie die Aufteilung der Trainingsdaten jedes Mal zufällig erfolgt. Wird nun mit jedem der 200 Netze eine Gütebewertung entsprechend Kapitel 7.3 durchgeführt, ergeben sich 200 Werte für die Streuspanne der Quotienten $N_{\text{exp,m}}/N_{\text{schätz}}$. Deren Verteilung ist in *Abbildung 8.10* dargestellt. Die Streuspanne variiert zwischen 2,8 und 88.

Aus diesem Grund wird jedes KNN 200 Mal trainiert, wobei sich durch die zufällige Wahl immer andere Trainingsdaten und Initialwerte für die Netzgewichte und Biaswerte ergeben. Jedes der 200 trainierten Netze wird auf seine Vorhersagegüte hin untersucht. Das Netz mit der besten Vorhersagegüte wird ausgewählt und ggf. mit anderen Netzen kombiniert, um zyklische Kennwerte vorherzusagen.

Im Folgenden wird zur Angabe der Neuronenanzahl und der Anzahl der versteckten Schichten die folgende Notation verwendet: $[i \ j]$. Dabei ist i die Anzahl der Neuronen in der ersten versteckten Schicht und j die Anzahl der Neuronen in der zweiten verdeckten Schicht.

Da die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Bruchdehnungen A_k mit Probenformen ermittelt wurden, die unterschiedliche Proportionalitätsfaktoren k , *Gleichung 8.3*, aufweisen – sofern diese überhaupt bekannt sind –, ist es fraglich, ob sich durch die Einbeziehung der Bruchdehnung überhaupt eine Verbesserung der Abschätzung erreichen lässt oder der Einfluss ggf. sogar negativ ist.

$$k = \frac{L_0}{\sqrt{S_0}}, \text{ mit Anfangsmesslänge } L_0, \text{ Ausgangsquerschnittsfläche } S_0 \quad (8.3)$$

Aus diesem Grund werden alle im Folgenden untersuchten Netzvarianten ohne und mit der Bruchdehnung als Eingabegröße untersucht.

Für alle untersuchten Varianten werden die vier Kennwerte der Dehnungswöhlerlinie σ'_f , ε'_f , b und c abgeschätzt. Die Parameter der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve können aus den Kompatibilitätsbedingungen, *Gleichung 3.6* und *Gleichung 3.7*, abgeleitet werden. Für die Variantenrechnungen werden drei unterschiedliche Netztopologien ausgewählt:

- [3] wird in [Marq 04] für die Abschätzung von Spannungswöhlerlinien verwendet.
- [5 7] wird in [elDs 12] zur direkten Abschätzung zyklischer Kennwerte verwendet.
- [6 10] wird in [elDs 10] zur indirekten Abschätzung zyklischer Kennwerte mit Versuchsunterstützung verwendet.

Die folgenden Untersuchungen werden für die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS vorgenommen. Für alle anderen Werkstoffgruppen liegen in der Werkstoffdatenbank nur wenige Versuchsreihen vor, für die alle drei quasistatischen Kennwerte vorliegen.

8.3.1. Direkte Abschätzung

Bei der direkten Abschätzung ergibt sich als Ausgabegrößen eines Netzes ein zyklischer Kennwert. D.h. für die vier Kennwerte der Dehnungswöhlerlinie σ'_f , ε'_f , b und c wird je ein Netz benötigt. Die Ergebnisse des KNN müssen nicht weiterverarbeitet werden, um zu den zyklischen Kennwerten zu gelangen. Daher wird im Folgenden von direkter Abschätzung gesprochen. In *Abbildung 8.11* sind die untersuchten Varianten zusammengefasst.

Es werden sechs Varianten mit den unterschiedlichen Netztopologien jeweils mit bzw. ohne Verwendung der Bruchdehnung untersucht, *Tabelle 8.1*. Für jeden zyklischen Kennwert wird ein eigenes Netz verwendet, wobei jedes dieser Netze einer Variante und eines Kennwertes 200 Mal trainiert wird. Für jedes

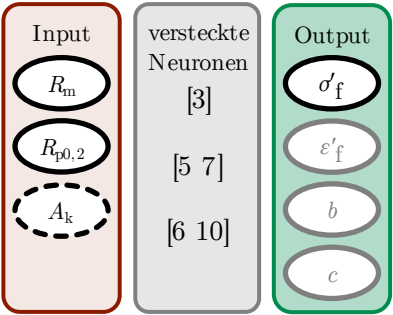


Abbildung 8.11.: Struktur und Varianten der KNN für die direkte Abschätzung

Variante	Eingabewerte	Netztopologie	Streuspanne T für			
			σ'_f	ε'_f	b	c
Nr. 1	R_m in MPa	[3]	1,62	10,9	1,87	1,53
Nr. 2	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[5 7]	1,57	10,6	1,80	1,47
Nr. 3		[6 10]	1,60	11,5	1,79	1,49
Nr. 4	R_m in MPa	[3]	1,47	8,64	1,63	1,45
Nr. 5	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[5 7]	1,41	8,68	1,52	1,39
Nr. 6	A_k in %	[6 10]	1,39	6,65	1,47	1,36

Tabelle 8.1.: Variationen der direkten Abschätzung mit den geringsten Streuspannen für die vier Kennwerte

der 200 Netze für einen Kennwert wird die Streuspanne für die Quotienten experimenteller Kennwert / geschätzter Kennwert ermittelt. Für die Netze zur Abschätzung des Schwingfestigkeitskoeffizienten ist dies z.B. die Streuspanne der Quotienten $\sigma'_{f,exp}/\sigma'_{f,schätz}$. Die sich für die einzelnen Kennwerte ergebenden geringsten der 200 Streuspannen sind in *Tabelle 8.1* für die unterschiedlichen Varianten angegeben. Die so für die Abschätzung der vier Kennwerte ausgewählten Netze werden für die folgende Gütebewertung verwendet. Für jede der sechs Varianten ergibt sich die geringste Streuung für die einzelnen Kennwerte für Variante 6 (Berücksichtigung der Bruchdehnung in Kombination mit der komplexesten Netztopologie). Durch die Verwendung der mit *Tabelle 8.1* identifizierten besten Variante 6 für die vier Netze wird eine Bewertung der Schätzgüte analog zu Kapitel 7.3 vorgenommen, bei der die sich für die Einzelversuche ergebenden gemittelten experimentellen Schwingspielzahlen $N_{exp,m}$

mit den geschätzten $N_{\text{schätz}}$ verglichen werden. Dabei ergeben sich die Werte für die Gütekriterien in *Tabelle 8.2*. Wie sich zeigt, sind die Streuspannen für die betrachtete Werkstoffgruppe bei der direkten Abschätzung mit KNN deutlich höher als mit der FKM-Methode *Tabelle 7.26*. Außerdem werden die Lebensdauern mit diesen KNN nicht erwartungstreu geschätzt. Die direkte Abschätzung bringt daher keinen Vorteil gegenüber konventionellen Abschätzmethoden.

8.3.2. Indirekte Abschätzung

Bei der indirekten Abschätzung ergibt sich durch das KNN ein geschätzter Einzelversuch. Durch mehrmalige Anwendung bei unterschiedlichen Schwingungsspielzahlen oder Dehnungshorizonten, ergeben sich mehrere geschätzte Einzelversuche. Durch Regression der Einzelversuche, wie in Kapitel 5 beschrieben, werden die zyklischen Kennwerte ermittelt. Da die Ergebnisse der KNN durch die Regression weiterverarbeitet werden, bevor sich die zyklischen Kennwerte ergeben, wird im Folgenden von indirekter Abschätzung gesprochen.

Die ersten sechs betrachteten Varianten sind in *Tabelle 8.3* aufgeführt. Bei diesen Varianten werden aus den Eingabewerten fünf Einzelversuche bei den fünf Schwingungsspielzahlen $10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ abgeschätzt. Die Vorgehensweise bei diesen Varianten ist insofern angelehnt an das Vorgehen von elDsoki zur Abschätzung mit Versuchsunterstützung, [elDs 10], da für jeden Einzelversuch separate Netze trainiert werden. Für jeden der fünf Einzelversuche werden zwei Netze trainiert, eins zur Abschätzung der Gesamtdehnungsamplitude und eins zur Abschätzung der Spannungsamplitude, *Abbildung 8.12*.

Für das Training der Netze werden für jeden Datensatz, für den die quasistatischen Kennwerte vorliegen, mit den zyklischen Kennwerten, die zu den fünf Schwingungsspielzahlen gehörenden Dehnungs- und Spannungsamplituden berechnet. Die quasistatischen Kennwerte werden im Training als Eingabewerte und die berechneten Dehnungs- und Spannungsamplitude als Ausgabewerte verwendet. Jedes einzelne Netz wird wiederum 200 Mal trainiert und jenes Netz weiterverwendet, bei dem sich die geringste Streuspanne des vorhergesagten Wertes ergibt. Für die Netze zur Abschätzung der Gesamtdehnungsamplitude ist dies

Dehnungsanteil	m	S	T_N
ε_{el}	0,75	0,92	34,9
ε_{pl}	0,77	1,03	13,4
ε_{ges}	0,76	1,02	9,07

Tabelle 8.2.: Güte der direkten Abschätzung

Variante	Eingabewerte	Netztopologie	Streuspanne T_N für		
			ε_{el}	ε_{pl}	ε_{ges}
Nr. 1	R_m in MPa	[3]	12,2	5,14	4,03
Nr. 2	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[5 7]	10,2	4,93	3,91
Nr. 3		[6 10]	10,4	3,85	4,93
Nr. 4	R_m in MPa	[3]	7,46	4,05	3,27
Nr. 5	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[5 7]	6,40	3,81	2,93
Nr. 6	A_k in %	[6 10]	5,73	3,55	3,04

Ausgabewerte: $\varepsilon_{a,ges}, \sigma_a$

Anzahl der geschätzten Stützstellen: 5

Tabelle 8.3.: Variationen der indirekten Abschätzung mithilfe von virtuellen Einzelversuchen bei festgelegten Schwingungszahlen, Varianten 1 bis 6

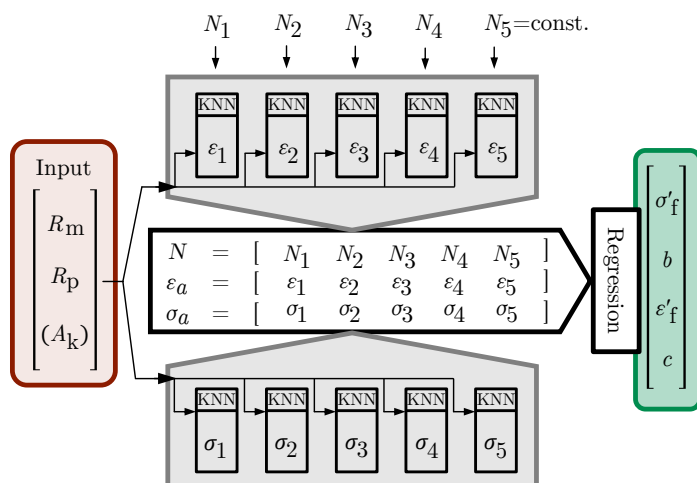


Abbildung 8.12.: Vorgehensweise bei der indirekten Abschätzung, Varianten 1 bis 6

die Streuspanne der Quotienten $\varepsilon_{\text{ges,exp}}/\varepsilon_{\text{ges,schätz}}$ für die Netze zur Vorhersage der Spannungsamplitude die Streuspanne der Quotienten $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{schätz}}$. Die so für die Abschätzung der Gesamtdehnung und der Spannungsamplitude ausgewählten Netze werden für die folgende Gütebewertung verwendet.

Wie in *Abbildung 8.12* dargestellt, werden mit den auf diese Weise ausgewählten insgesamt zehn KNN zyklische Kennwerte abgeschätzt und eine Gütebewertung analog zu Kapitel 7.3 vorgenommen, bei der die sich für die Einzelversuche ergebenden gemittelten experimentellen Schwingungszahlen $N_{\text{exp,m}}$ mit den geschätzten $N_{\text{schätz}}$ verglichen werden. Dabei ergeben sich die Werte für die Gütekriterien in *Tabelle 8.3*. Es zeigt sich, dass die Varianten, bei denen die Bruchdehnung mit einbezogen wird, besser abschneiden, als jene, bei denen als Eingabewerte lediglich die Zugfestigkeit und Dehngrenze verwendet wird. Beim Vergleich der Netztopologien schneidet die Variante 4 mit drei versteckten Neuronen in einer versteckten Schicht am schlechtesten ab. Bei den Varianten 5 und 6 kann keine klare Aussage darüber getroffen werden, welcher Netztopologie der Vorzug zu geben ist. Zwar ist die Streuspanne der Gesamtdehnung bei Variante 5 etwas geringer als bei Variante 6, allerdings sind bei letzterer die Streuspannen für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil kleiner. Da bei der Berechnung von Schädigungsparametern auch die zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve einen erheblichen Einfluss haben kann, wird die Variante 6 im Folgenden weiter betrachtet, da durch die geringeren Streuspannen des elastischen und plastischen Dehnungsanteils die geschätzten zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurven treffsicherer sind. Weiterhin soll untersucht werden, ob sich die Treffsicherheit

- durch eine Vergrößerung der Anzahl der Stützstellen und
- durch eine Verknüpfung der einzelnen Netze wie bei [elDs 10]

verbessern lässt. Daher wird für die Varianten 7 bis 10, *Tabelle 8.4*, die Anzahl der Stützstellen auf zehn erhöht. Es werden die Schwingungszahlen $10^1, 10^{1,5}, 10^2, 10^{2,5}, 10^3, 10^{3,5}, 10^4, 10^{4,5}, 10^5$ und $10^{5,5}$ verwendet. Bei den Varianten 8 bis 10 wird außerdem untersucht, wie eine Berücksichtigung der Ergebnisse der nächstkleineren Schwingungszahl ($i - 1$), der nächstgrößeren Schwingungszahl ($i + 1$) bzw. die Kombination aus beiden ($i - 1$) und ($i + 1$) sich auswirkt. Die Streuspannen sind in *Tabelle 8.4* aufgeführt. Es zeigt sich, dass die Erhöhung der Anzahl der Stützstellen zu einer Verringerung der Streuspannen (mit Ausnahme der Streuspanne des plastischen Dehnungsanteils) führt, vergleiche Varianten 6 in *Tabelle 8.3* und Variante 7 in *Tabelle 8.4*. Die Verknüpfung mit den parallel abgeschätzten Einzelversuchen bringt jedoch keinen Vorteil, *Tabelle 8.4*.

Variante	Eingabewerte	Netztopologie	Bemerkung	Streuspanne T_N für		
				ε_{el}	ε_{pl}	ε_{ges}
Nr. 7	R_m in MPa	[6 10]	–	5,37	3,55	2,92
Nr. 8	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[6 10]	①	9,46	4,95	3,62
Nr. 9	A_k in %	[6 10]	②	5,87	4,51	3,46
Nr. 10		[6 10]	③	5,46	3,81	3,06

Ausgabewerte: $\varepsilon_{a,ges}, \sigma_a$

Anzahl der geschätzten Stützstellen: 10

①: Berücksichtigung von $\varepsilon_{a,ges,i-1}$ bzw. $\sigma_{a,i-1}$

②: Berücksichtigung von $\varepsilon_{a,ges,i+1}$ bzw. $\sigma_{a,i+1}$

③: Berücksichtigung von $\varepsilon_{a,ges,i-1}$ bzw. $\sigma_{a,i-1}$ und $\varepsilon_{a,ges,i+1}$ bzw. $\sigma_{a,i+1}$

Tabelle 8.4.: Variationen der indirekten Abschätzung mithilfe von Einzelversuchen bei festgelegten Schwingungszahlen, Varianten 7 bis 10

Variante	Eingabewerte	Netztopologie	Bemerkung	Streuspanne T_N für		
				ε_{el}	ε_{pl}	ε_{ges}
Nr. 11		[6 10]	–	6,87	3,49	2,97
Nr. 12	R_m in MPa	[6 10]	①	5,15	3,27	2,69
Nr. 13	$R_{p0,2}$ bzw. R_{eH} in MPa	[6 10]	②	8,79	3,69	3,07
Nr. 14	A_k in %	[6 10]	③	7,97	3,85	3,17
Nr. 15		[6 10]	④	7,34	3,50	2,97

Ausgabewerte: N, σ_a

Anzahl der geschätzten Stützstellen: 10

①: Ausschluss unplausible N

②: Ausschluss unplausible $N_{a,i-1}$, Berücksichtigung von N bzw. $\sigma_{a,i-1}$

③: Ausschluss unplausible $N_{a,i+1}$, Berücksichtigung von N bzw. $\sigma_{a,i+1}$

④: Ausschluss unplausible $N_{a,i-1}$, Berücksichtigung von N bzw. $\sigma_{a,i-1}$ und $N_{a,i+1}$ bzw. $\sigma_{a,i+1}$

Tabelle 8.5.: Variationen der indirekten Abschätzung mithilfe von Einzelversuchen bei festgelegten Dehnungsamplituden, Varianten 11 bis 15

Als weitere Variante wird untersucht, wie sich die Vorhersagegüte ändert, wenn nicht die Dehnungsamplitude und Spannungsamplitude bei festen Schwingspielzahlen abgeschätzt wird, sondern für feste Dehnungshorizonte die zugehörigen Spannungsamplituden und Anrisschwingspielzahlen geschätzt werden (Variante 11), *Abbildung 8.13*. Die Ergebnisse werden für zehn Dehnungshorizonte geschätzt, die zwischen 0,2% und 1% logarithmisch äquidistant verteilt sind. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass unplausibel geschätzte Einzelversuche einfach erkannt und unberücksichtigt bleiben können, indem geschätzte Einzelversuche mit $N_{\text{schätz}} < 1$ und $N_{\text{schätz}} > 5 \cdot 10^5$ von der Regression ausgeschlossen werden (Variante 12). In den Varianten 13 bis 15 wird wiederum untersucht, wie sich eine Berücksichtigung der Ergebnisse $i - 1, i + 1$ bzw. $i - 1$ und $i + 1$ auswirkt. Die Varianten 11 bis 15 sowie die zugehörigen Streuspannen sind in *Tabelle 8.5* aufgeführt. Der Ausschluss von Einzelversuchen mit unplausiblen Schwingspielzahlen für die Regression führt zu einer Verringerung der Streuspanne. Die Verknüpfung eines geschätzten Einzelversuchs mit den parallel geschätzten Versuchen führt auch in diesem Fall zu keiner Verbesserung der Schätzgüte.

Die geringste Streuspanne bei der indirekten Abschätzung ergibt sich für Variante 12.

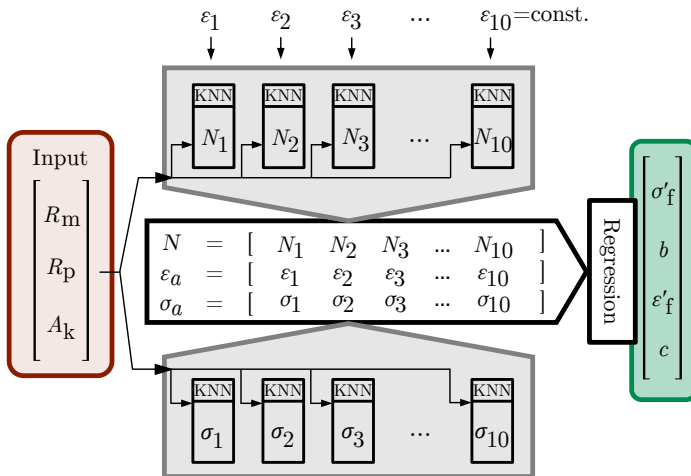


Abbildung 8.13.: Vorgehensweise bei der indirekten Abschätzung, Varianten 11 bis 15

8.4. Eine geeignete Möglichkeit zur Abschätzung zyklischer Kennwerte mit KNN

Bei den Variantenuntersuchungen im vorherigen Abschnitt wurde Variante 12 der indirekten Abschätzung als beste Variante identifiziert. Bei dieser werden für zehn Dehnungshorizonte die Schwingungszahlen und Spannungsamplituden geschätzt. Mit diesen wird eine Regression nach SEP entsprechend Kapitel 5.1.3 mit einem E-Modul von 206 GPa durchgeführt, um die zyklischen Kennwerte zu ermitteln. Geschätzte Schwingungszahlen $N < 1$ und $N > 5 \cdot 10^5$ werden in der Regression nicht berücksichtigt.

Bei den Varianten 1 bis 15 wurde die Festlegung der Normierung der Eingabewerte der Neural Network Toolbox überlassen. Dies führt aufgrund der zufälligen Aufteilung der Datenmengen beim Training der Netze für die zehn Schwingungszahlen und Spannungsamplituden zu unterschiedlichen Normierungsfunktionen für jedes Netz und wird bei der Implementierung für den Anwender unnötig kompliziert. Aus diesem Grund werden nun für alle 20 Netze einheitliche Normierungsfunktionen für die Eingabedaten gewählt, *Gleichung 8.4* bis *Gleichung 8.6* und das Training damit wiederholt. Damit werden Zugfestigkeiten und Dehngrenzen vom Intervall $[0 ; 1400 \text{ MPa}]$ sowie die Bruchdehnung von $[0 ; 70\%]$ auf das Intervall $[-1 ; 1]$ normiert.

$$e_1 = \frac{1}{700 \text{ MPa}} \cdot R_m - 1 \quad (8.4)$$

$$e_2 = \frac{1}{700 \text{ MPa}} \cdot R_p - 1 \quad (8.5)$$

$$e_3 = \frac{1}{35\%} \cdot A_k - 1 \quad (8.6)$$

Neben der Durchführung der Normierung der Eingabewerte ist auch die Normierung der Ausgabewerte rückgängig zu machen, um vom Ausgabewert der letzten Schicht zum Ausgabewert N bzw. σ_a zu gelangen. Dies geschieht mit *Gleichung 8.7* bzw. *Gleichung 8.8*.

$$N = \text{norm}_a \cdot a_{\text{III}} + \text{norm}_b \quad (8.7)$$

$$\sigma_a = \text{norm}_a \cdot a_{\text{III}} + \text{norm}_b \quad (8.8)$$

Die Gewichtungsmatrizen w_1 , w_2 und w_3 , die Biasvektoren b_1 , b_2 und b_3 , sowie die Normen norm_a und norm_b der einzelnen Netze sind in *Abbildung B.1* bis *Abbildung B.20* dokumentiert.

Die Matrizen und Biaswerte eines Netzes sind entsprechend der folgenden Gleichungen zu verrechnen.

$$\overrightarrow{e_{II}} = \overrightarrow{a_I} = \tanh \left(\underline{\underline{w_I}} \times \overrightarrow{e_I} + \overrightarrow{b_I} \right) \quad (8.9)$$

$$\overrightarrow{e_{III}} = \overrightarrow{a_{II}} = \tanh \left(\underline{\underline{w_{II}}} \times \overrightarrow{e_{II}} + \overrightarrow{b_{II}} \right) \quad (8.10)$$

$$\overrightarrow{a_{III}} = \underline{\underline{w_{III}}} \times \overrightarrow{e_{III}} + \overrightarrow{b_{III}} \quad (8.11)$$

Mit den auf diese Weise ermittelten zehn Wertetripeln, bestehend aus den geschätzten Werten für N und σ_a sowie den festgelegten Werten für $\varepsilon_{a,ges}$, ist eine Regression nach SEP, siehe Kapitel 5.1.3, durchzuführen. Hierbei sind unplausibel geschätzte Werte wie Schwingungszahlen außerhalb des Bereiches $1 \leq N \leq N_D = 5 \cdot 10^5$ oder negative Spannungsamplituden von der Regression auszuschließen. Die sich auf diese Weise ergebenden Werte für die Gütekriterien sind in *Tabelle 8.6* angegeben. Die Anzahl der für die Gütebewertung verwendeten Datensätze und Einzelversuche sind in *Tabelle 8.7* aufgeführt. Die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze folgen in *Abbildung 8.14*. Die KNN schätzen die Schwingungszahlen in der Gesamtdehnungswöhlerlinie und im elastischen und plastischen Anteil annähernd erwartungstreu, wobei die Streuspannen für die Gesamtdehnungswöhlerlinie um Faktor 2 kleiner als bei der FKM-Methode ist. Für den elastischen und plastischen Dehnungsanteil ist der Unterschied zur FKM-Methode noch stärker ausgeprägt.

Künstliche Neuronale Netze reagieren in der Regel sensibel, falls sie auf Eingabewerte angewendet werden, die außerhalb des Wertebereiches liegen, mit dem die Netze trainiert wurden. Dies kann zu erheblichen Fehleinschätzungen der Ausgabegrößen führen. Aus diesem Grund wird empfohlen, bei der Anwendung zuvor die Eingabewerte, aus denen zyklische Werkstoffkennwerte geschätzt werden sollen, an den Diagrammen in *Abbildung 8.15* bis *Abbildung 8.17* zu überprüfen. In diesen sind die Größen R_m , R_p und A_k , die zum Trainieren der Netze verwendet wurden, gegeneinander aufgetragen. Sollten die Eingabewerte, auf die die Abschätzmethode angewendet werden soll, außerhalb der eingezeichneten Grenzen um die Punktwolken liegen, so wird von einer Abschätzung mit dieser Methode abgeraten.

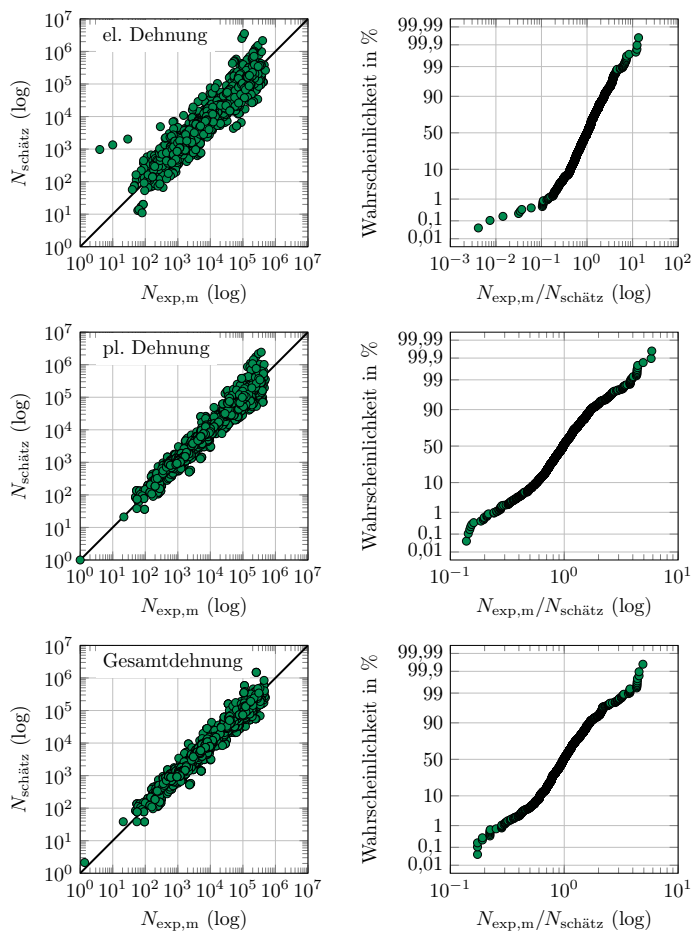


Abbildung 8.14.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie bei Abschätzung zyklischer Kennwerte mithilfe von KNN für Stahl ohne Gs

Dehnungsanteil	m	S	T_N
ε_{el}	0,98	0,92	5,55
ε_{pl}	0,99	0,96	2,98
ε_{ges}	1,00	0,95	2,72

Tabelle 8.6.: Güte der Variante 12 mit einheitlicher Normierung der Eingabewerte

Wertstoffuntergruppe	Anzahl	
	Datensätze	Einzelvers.
unlegierter Stahl	35	379
niedriglegierter Stahl	110	1.236
hochlegierter Stahl	8	83
Stahl ohne GS gesamt	153	1.698

Tabelle 8.7.: Anzahlen der für die Gütebewertung der KNN der Variante 12 verwendeten Datensätze und Einzelversuche

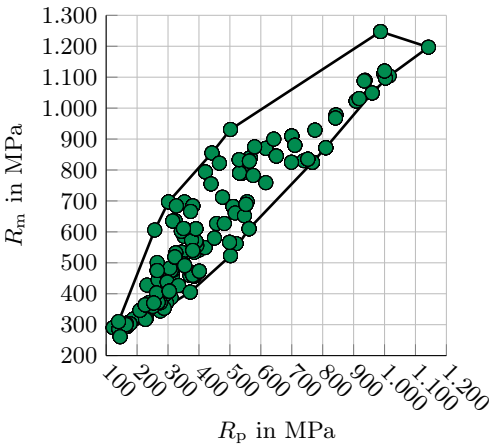


Abbildung 8.15.: Zugfestigkeiten über Fließgrenzen, mit denen die KNN trainiert wurden und Gültigkeitsgrenzen für die Kombination dieser beiden Größen

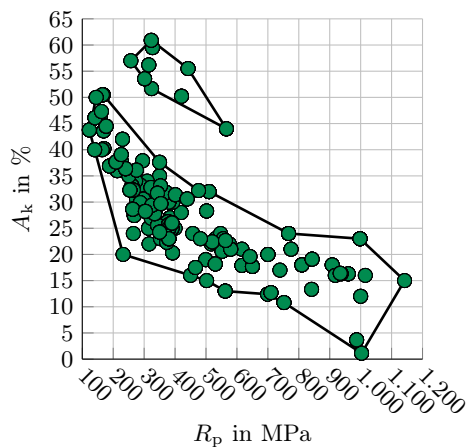


Abbildung 8.16.: Bruchdehnungen über Fließgrenzen, mit denen die KNN trainiert wurden und Gültigkeitsgrenzen für die Kombination dieser beiden Größen

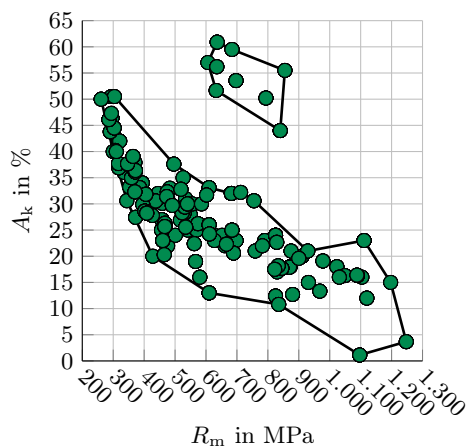


Abbildung 8.17.: Bruchdehnungen über Zugfestigkeiten, mit denen die KNN trainiert wurden und Gültigkeitsgrenzen für die Kombination dieser beiden Größen

8.5. Anmerkungen

Für die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS wurden drei neu entwickelte Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte vorgestellt. Die Werte für die Gütekriterien für diese drei Methoden sind vergleichend in *Tabelle 8.8* dargestellt. Mit den Künstlichen Neuronalen Netzen lassen sich die Streuspannen für die drei Dehnungsanteile im Vergleich zur FKM- und FKM⁺-Methode deutlich reduzieren.

Ein Kritikpunkt, dem sich die Variante 12 der indirekten Abschätzung mit KNN stellen muss, ist das Problem, dass keine konkreten Proportionalitätswerte für die Bruchdehnung angegeben werden können bzw. Bruchdehnungen mit verschieden, z.T. unbekannten Proportionalitätswerten der Zugproben beim Training und der Gütebewertung verwendet wurden, siehe Seite 158. In der Werkstoffdatenbank liegen keine Datensätze mit mehreren Bruchdehnungen, die an Zugproben mit unterschiedlichen Proportionalitätswerten ermittelt wurden, vor. Daher kann der Einfluss der Verwendung unterschiedlicher Bruchdehnungen nicht anhand realer Daten ermittelt werden. Um dennoch zu zeigen, wie empfindlich die KNN auf unterschiedliche Bruchdehnungen reagieren, wird die Norm [ISO 2566-1] herangezogen. In ihr sind Faktoren zur Umrechnung von Bruchdehnungen zwischen unterschiedlichen Proportionalitätsfaktoren angege-

Werkstoff	Dehnungsant.	m	S	T_N	Versuchsr.	Einzelv.
FKM-Methode (für Datensätze mit R_m)	ε_{el}	1,04	0,95	14,3	240	2574
	ε_{pl}	0,97	1,03	8,44		
	ε_{ges}	1,04	1,00	5,26		
FKM-Methode (für Datensätze mit R_m, R_p, A_k)	ε_{el}	0,96	0,92	9,61	153	1688
	ε_{pl}	0,82	1,03	6,74		
	ε_{ges}	0,89	0,99	4,36		
FKM ⁺ -Methode	ε_{el}	1,00	0,89	7,75	153	1688
	ε_{pl}	0,96	0,99	5,79		
	ε_{ges}	1,02	0,96	4,16		
KNN	ε_{el}	0,98	0,92	5,55	153	1688
	ε_{pl}	0,99	0,96	2,98		
	ε_{ges}	1,00	0,95	2,72		

Tabelle 8.8.: Werte für die Gütekriterien für FKM-Methode, FKM⁺-Methode und KNN im Vergleich (Werkstoffgruppe Stahl ohne GS)

Dehnungsanteil	m	S	T_N
ε_{el}	1,02	0,87	8,02
ε_{pl}	0,99	0,97	3,85
ε_{ges}	1,03	0,94	3,43

Tabelle 8.9.: Güte der Variante 12 der KNN bei Bewertung mit umgerechneten Bruchdehnungen

ben. Ihre Anwendung ist auf un- und niedriglegierte Stähle beschränkt. Zwei übliche Werte für k bei Zugproben sind die Werte $k = 5, 65$, der den Standard darstellt, und $k = 11, 3$. Laut [ISO 2566-1] ist für die Umrechnung zwischen den beiden Werten ein Faktor von 1,317 anzusetzen. Dieser Faktor wird als Anhaltswert für die Größenordnung der Unterschiede bei Bruchdehnungen mit unterschiedlichen Proportionalitätswerten verwendet. Die Bruchdehnungen der für die Gütebewertung verwendeten Datensätze werden zufällig mit Faktoren zwischen $1/1,317$ und $1,317$ multipliziert. Mit diesen so veränderten Eingabedaten wird die Gütebewertung wiederholt. Es ergeben sich die Werte für die Gütekriterien in *Tabelle 8.9*.

Während sich Mittelwert und Steigung nur in sehr geringem Maße ändern, nimmt die Streuspanne für alle drei Dehnungsanteile der Dehnungswöhlerlinie zu, vergleiche *Tabelle 8.8*, bleibt aber dennoch kleiner als die von FKM- und FKM⁺-Methode. Wird davon ausgegangen, dass in der überwiegenden Anzahl der Fälle mit der Standardproportionalität von $k = 5, 56$ geprüft wurde, muss dieser Wert auch für die Anwendung der KNN verwendet werden. In diesem Fall können die in *Tabelle 8.9* aufgeführten Werte für die Gütekriterien als konservativ angesehen werden. Es wird dennoch empfohlen, die Ergebnisse der Abschätzung zyklischer Kennwerte mit KNN nach Variante 12 mit Vorsicht anzuwenden.

Die dargestellte Kritik trifft natürlich auch auf die FKM⁺-Methode zu, da für deren Ableitung dieselben Werte der Bruchdehnung verwendet wurden. Bei dieser wird der Einfluss unterschiedlicher k -Werte allerdings als weniger ausgeprägt angesehen, da die Bruchdehnung nur verwendet wird, um die in *Abbildung 7.10* zeigende Aufteilung in die beiden Bereiche der Bruchdehnung vorzunehmen. Es besteht jedoch kein funktionaler Zusammenhang zwischen der Bruchdehnung und einem zyklischen Kennwert.

9. Abschätzung von Schädigungsparameterwöhlerlinien

Analog zu Kapitel 6, in dem untersucht wurde, wie Schädigungsparameterwöhlerlinien experimentell ermittelt werden können und wie gut diese P -Wöhlerlinien Ergebnisse aus Einzelversuchen abbilden, werden in diesem Kapitel die folgenden Punkte untersucht:

- Wie sollten P -Wöhlerlinien aus geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleitet werden? Zur Schätzung der zyklischen Kennwerte werden die FKM-Methode, die FKM⁺-Methode sowie die KNN aus Kapitel 8.4 verwendet. Da das UML als Abschätzmethode im deutschen Sprachraum etabliert ist, wird es als Referenz betrachtet und dessen Ergebnisse werden ebenfalls angegeben.
- Wie lassen sich die Parameter von P -Wöhlerlinien direkt mithilfe der Zugfestigkeit abschätzen?

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Vorgehensweisen erläutert und die sich ergebenden Werte für die Gütekriterien angegeben. Die Diskussion und der Vergleich der Ergebnisse erfolgt für die P_{SWT} -Wöhlerlinie in Abschnitt 9.1.4 und für die P_J -Wöhlerlinie in Abschnitt 9.2.4.

9.1. Schädigungsparameter P_{SWT}

9.1.1. Originaler Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten

Es werden für die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Einzelversuche die dazugehörigen experimentellen Schädigungsparameter $P_{\text{SWT,exp}}$ nach Gleichung 3.12 bestimmt. Zu jedem experimentellen Wert $P_{\text{SWT,exp}}$ wird die experimentelle Schwingungszahl N_{exp} mit der in der geschätzten P_{SWT} -Wöhlerlinie ermittelten geschätzten Schwingungszahl $N_{\text{schätz}}$ verglichen, Abbildung 9.1. Es wird für jeden Einzelversuch der Quotient $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ bestimmt und aus der Gesamtheit dieser Quotienten der logarithmische Mittelwert m und die Streuweite T gebildet.

Für die drei Werkstoffgruppen und die vier Abschätzmethode UML, FKM-, FKM⁺-Methode und KNN sind die Werte für m und T in Tabelle 9.1 angegeben. Die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze sind in Abbildung 9.2 bis Abbildung 9.4 dargestellt.

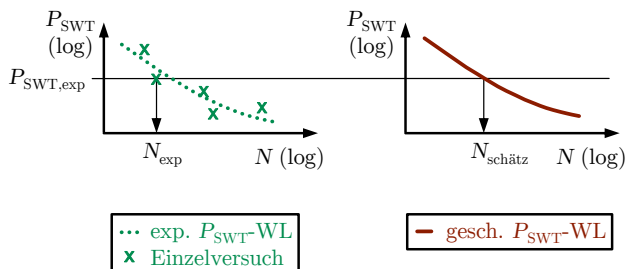
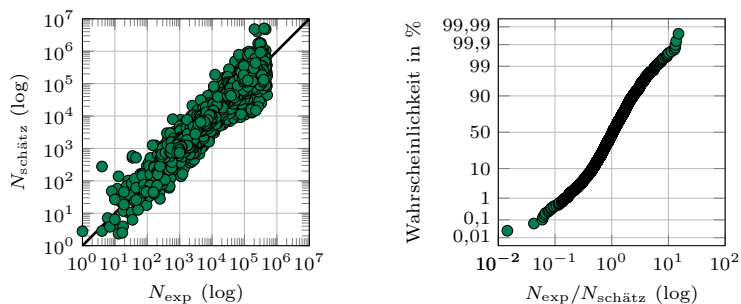


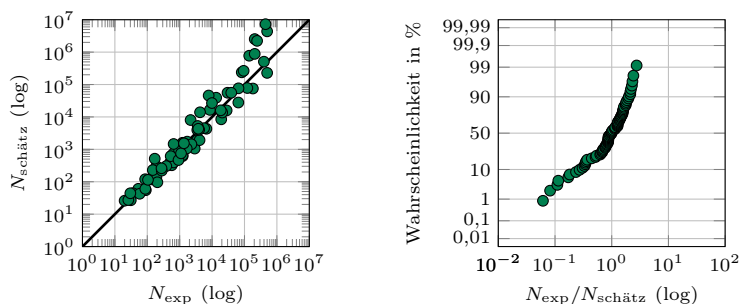
Abbildung 9.1.: Ermittlung von N_{exp} und $N_{\text{schätz}}$ für einen Einzelversuch

Abschätzmethode	Werkstoff	m	T_N
UML	un- und niedrigleg. Stahl	0,81	6,44
	Aluminium	2,10	15,0
FKM	Stahl ohne GS	1,04	5,12
	Stahlguss	0,85	7,09
	Aluminiumknet.	1,02	7,51
FKM ⁺	Stahl ohne GS	1,02	4,39
KNN	Stahl ohne GS	1,00	3,64

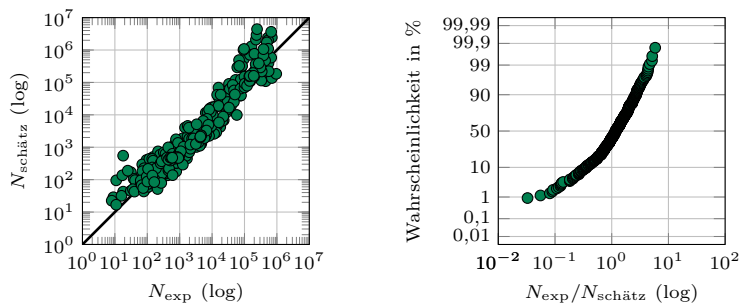
Tabelle 9.1.: Güte der P_{SWT} -Wöhlerlinien nach dem originalen Ansatz bei Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 9.2.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die P_{SWT} -Wöhlerlinie bei Ableitung aus der mit der FKM-Methode geschätzten Dehnungswöhlerlinie

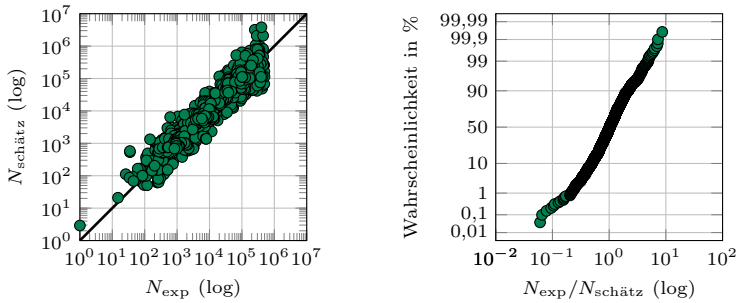


Abbildung 9.3.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetz für die P_{SWT} -Wöhlerlinie für Stahl ohne GS bei Ableitung aus der mit der FKM^+ -Methode geschätzten Dehnungswöhlerlinie

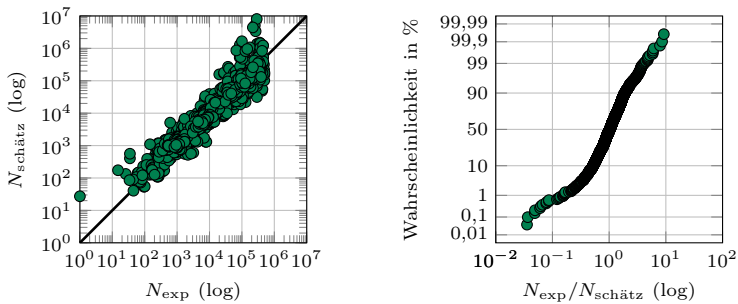


Abbildung 9.4.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetz für die P_{SWT} -Wöhlerlinie für Stahl ohne GS bei Ableitung aus der mit KNN geschätzten Dehnungswöhlerlinie

9.1.2. Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten

Es werden für die in der Werkstoffdatenbank vorliegenden Einzelversuche die dazugehörigen experimentellen Schädigungsparameter $P_{\text{SWT,exp}}$ nach Gleichung 3.12 bestimmt. Zu jedem experimentellen $P_{\text{SWT,exp}}$ wird die experimentelle Schwingungszahl N_{exp} mit der in der geschätzten P_{SWT} -Wöhlerlinie ermittelten geschätzten Schwingungszahl $N_{\text{schätz}}$ verglichen, Abbildung 9.5. Es wird für jeden Einzelversuch der Quotient $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ bestimmt und aus der Gesamtheit dieser Quotienten der logarithmische Mittelwert m und die Streuspanne T . Für die drei Werkstoffgruppen und die vier Abschätzmethoden UML, FKM- bzw. FKM⁺-Methode und KNN sind die Werte für m und T in Tabelle 9.2 angegeben. Die Wahrscheinlichkeitsnetze und N - N -Diagramme sind in Abbildung 9.6 bis Abbildung 9.8 dargestellt.

Abschätzmethode	Werkstoff	m	T_N
UML	un- und niedrigleg. Stahl	0,74	6,02
	Aluminium	1,75	14,2
FKM	Stahl ohne GS	0,95	4,80
	Stahlguss	0,81	5,94
	Aluminiumknet.	0,85	6,55
FKM ⁺	Stahl ohne GS	0,92	4,21
KNN	Stahl ohne GS	0,89	3,75

Tabelle 9.2.: Güte der P_{SWT} -Wöhlerlinien nach dem bilinearen Ansatz bei Ableitung aus geschätzten zyklischen Kennwerten

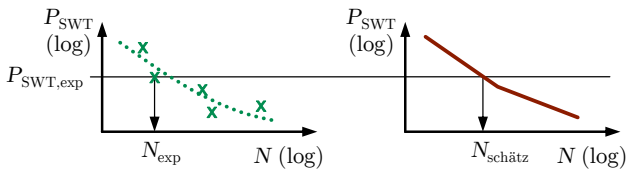
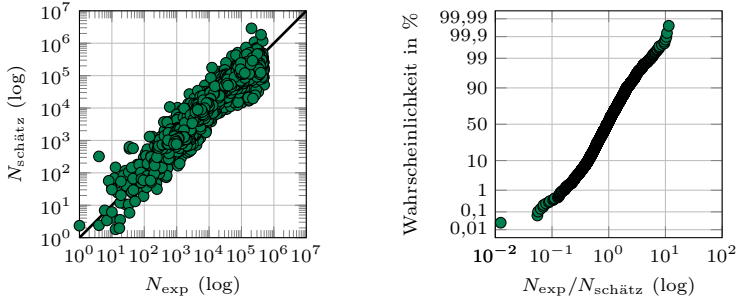
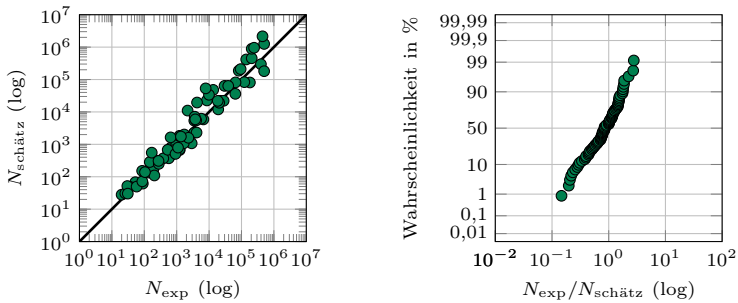


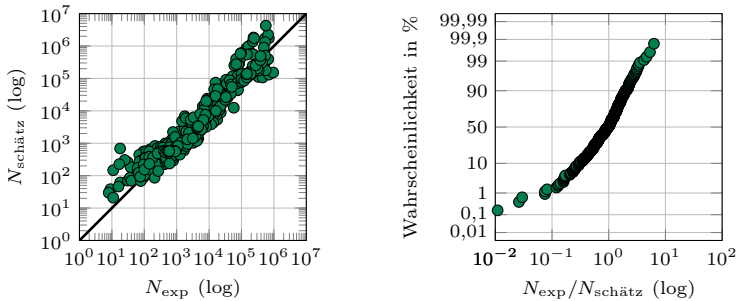
Abbildung 9.5.: Ermittlung von N_{exp} und $N_{\text{schätz}}$ für einen Einzelversuch in der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 9.6.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für den bilinearen Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie bei Ableitung aus der mit der FKM-Methode geschätzten Dehnungswöhlerlinie

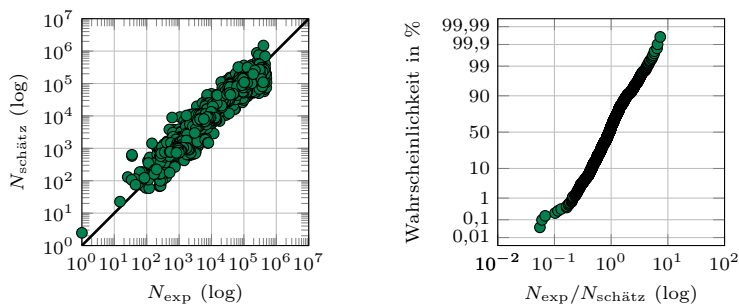


Abbildung 9.7.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetz für den bilinearen Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie für Stahl ohne GS bei Ableitung aus der mit der FKM^+ -Methode geschätzten Dehnungswöhlerlinie

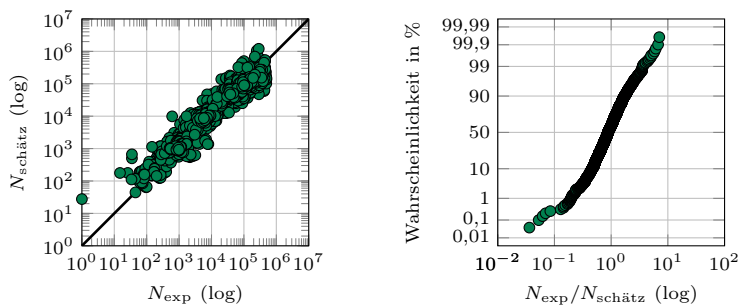


Abbildung 9.8.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetz für den bilinearen Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie für Stahl ohne GS bei Ableitung aus der mit KNN geschätzten Dehnungswöhlerlinie

9.1.3. Bilinearer Ansatz der P_{SWT} -Wöhlerlinie, direkte Schätzung

Die beiden in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Möglichkeiten zur Bestimmung von P_{SWT} -Wöhlerlinien setzten zunächst die Abschätzung von zyklischen Kennwerten ausgehend von quasistatischen Kennwerten voraus. Dieses Vorgehen ist relativ aufwändig. Es stellt sich die Frage, ob statistische Zusammenhänge zwischen den Parametern der P_{SWT} -Wöhlerlinie und der Zugfestigkeit bestehen, die sich für eine direkte Abschätzung dieser Kennwerte verwenden lassen.

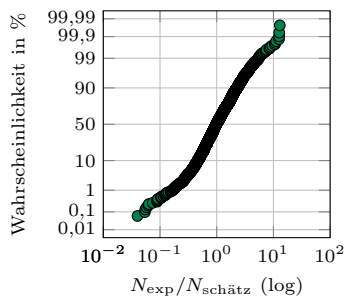
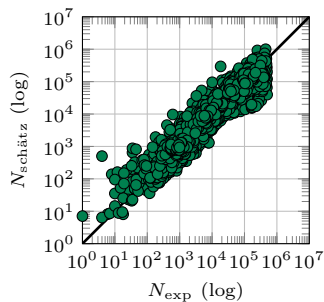
Bei Korrelationsuntersuchungen für die drei Werkstoffgruppen Stahl ohne GS, Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen zeigt sich, dass zwischen den Exponenten der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie d_1 bzw. d_2 und der Zugfestigkeit kein ausgeprägter Zusammenhang besteht. Für die beiden Exponenten werden daher konstante Werte eingesetzt. Die Stützstelle $P_{\text{Stütz}} = P_{\text{SWT},2}$ bei der Schwingungszahl $N = 10^3$ lässt sich über eine Potenzfunktion entsprechend Gleichung 9.1 aus der Zugfestigkeit abschätzen.

$$P_{\text{Stütz}} = a \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}} \right)^b \quad (9.1)$$

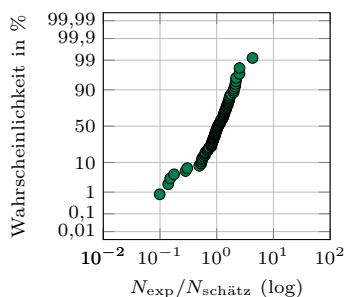
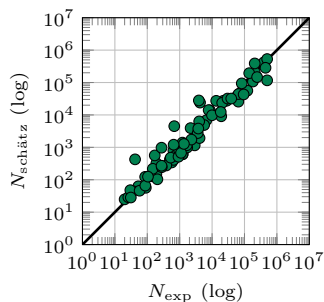
Die Werte für die Größen a und b , die zu den besten Bewertungen für die einzelnen Werkstoffgruppen führen, sind zusammen mit den sich ergebenden Werten m und T_N in Tabelle 9.3 aufgeführt. Die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze sind in Abbildung 9.9 dargestellt.

Werkstoff	d_1	d_2	a in MPa	b	m	T_N
Stahl ohne GS	-0,302	-0,197	20,00	0,587	1,00	4,92
Stahlguss	-0,289	-0,189	25,56	0,519	1,01	3,73
Aluminiumknet.	-0,238	-0,167	16,71	0,537	0,99	6,29

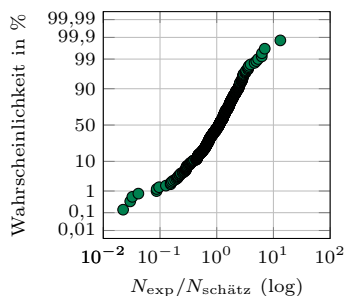
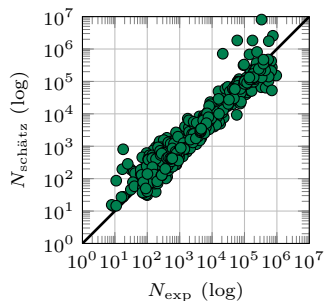
Tabelle 9.3.: Mittelwerte und Streuspannen für die am besten bewerteten Parameterkombinationen für die direkte Abschätzung von P_{SWT} -Wöhlerlinien



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

 Abbildung 9.9.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die direkte Abschätzung der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie

9.1.4. Fazit

Die Wahl des originalen oder bilinearen Ansatzes der P_{SWT} -Wöhlerlinie ist eine prinzipielle Entscheidung. Steht lediglich die Zugfestigkeit zur Abschätzung zur Verfügung, werden mit dem bilinearen Ansatz unabhängig von der Werkstoffgruppe die geringeren Streuspannen erzielt. Für Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen liefert die direkte Abschätzung im Vergleich zur Ableitung aus den mit der FKM-Methode geschätzten zyklischen Kennwerten die besseren Ergebnisse. Auch für Stahl ohne GS sind die Ergebnisse, die mit der FKM-Methode erzielt werden nur geringfügig besser. Die Ergebnisse des UML reichen weder an die direkte Abschätzung noch an die mit der FKM-Methode erzielten Ergebnisse heran. Was nicht verwundert, werden die Ergebnisse aus Kapitel 7.3 berücksichtigt, ist, dass der Mittelwert für die Werkstoffgruppe Aluminium bei Verwendung des UML stark unterschätzt wird. Die Ergebnisse der direkten Abschätzung für die Werkstoffgruppe Stahlguss können sich annähernd sogar mit den Ergebnissen der experimentell ermittelten P_{SWT} -Wöhlerlinien messen, vgl. *Tabelle 6.1*, *Tabelle 6.2* und *Tabelle 6.4*. Stehen auch die Kennwerte R_p und A_k zur Verfügung, so ist die Ableitung aus den mit der FKM⁺-Methode oder den KNN geschätzten zyklischen Kennwerten zu bevorzugen.

9.2. Schädigungsparameter P_J

Auch bei der Verwendung von geschätzten zyklischen Kennwerten zur Ableitung der P_J -Wöhlerlinie können dieselben Probleme, wie bereits in Kapitel 6.2 geschildert, auftreten. Prinzipiell bieten sich dieselben vier Vorgehensweisen an. Die Vorgehensweise 1, die bereits bei der Verwendung von experimentell ermittelten zyklischen Kennwerten zu den größten Streuspannen geführt hat, zeigt qualitativ dasselbe Verhalten und wird im Folgenden nicht näher betrachtet. Auch die Vorgehensweise 3, bei der eine Tangente an die Dehnungswöhlerlinie angelegt wird, wird im Folgenden auf Grund der Komplexität im Vergleich zu Vorgehensweise 2 nicht betrachtet. Es bleiben die folgenden Varianten:

- Vorgehensweise 2: Auf der geschätzten Dehnungswöhlerlinie werden zwei Stützstellen bei den Schwingspielzahlen N_1 und N_2 gewählt, durch die die Parameter $P_{J,0}$ und d festgelegt werden.
- Vorgehensweise 4: Es wird eine feste Schwingspielzahl N_0 für die Berechnung der Stützstelle $P_{J,0}$ der P_J -Wöhlerlinie aus der geschätzten Dehnungswöhlerlinie gewählt. Für die Steigung d wird ein fester Wert gewählt.

Da bei Vorgehensweise 4 der $P_{J,0}$ -Wert indirekt über die Dehnungswöhlerlinie abgeschätzt wird, stellt sich die Frage, ob eine direkte Schätzung der Stützstelle

ausgehend von der Zugfestigkeit, ähnlich wie beim P_{SWT} , nicht zu einem besseren oder ähnlich guten Ergebnis führt. Aus diesem Grund wird eine weitere Vorgehensweise untersucht:

- Vorgehensweise 5: Der Wert $P_{J,0}$ bei der Schwingspielzahl N_0 wird abhängig von der Zugfestigkeit geschätzt. Die Steigung d wird wie bei Vorgehensweise 4 fest gewählt.

Die angegebenen Vorgehensweisen 2 und 4 werden für das UML, die FKM-, die FKM⁺-Methode und die KNN untersucht. Da bei jeder Methode mehrere Werkstoffgruppen zu betrachten sind, wird aufgrund der Übersichtlichkeit auf die Darstellung der N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze verzichtet. In den folgenden Abschnitten 9.2.1 bis 9.2.3 erfolgt lediglich die Darstellung der Ergebnisse der untersuchten Vorgehensweisen. Die Diskussion folgt in Abschnitt 9.2.4.

9.2.1. Vorgehensweise 2

Die Kombinationen der Stützstellen N_1 und N_2 , die zu den niedrigsten Streuspannen führen, sind in *Tabelle 9.4* mit den sich ergebenden Mittelwerten und Streuspannen dokumentiert.

Abschätzmethode	Werkstoff	N_1	N_2	m	T_N
UML	un- und niedrigleg. Stahl	10	100	1,09	5,69
	Aluminium	1	100	2,07	11,2
FKM	Stahl ohne GS	1	100	1,20	5,11
	Stahlguss	1	10	1,34	3,86
	Aluminiumknet.	10	100	1,56	8,44
FKM ⁺	Stahl ohne GS	1	100	1,26	4,78
KNN	Stahl ohne GS	100	1.000	0,79	3,89

Tabelle 9.4.: Mittelwerte und Streuspannen für die am besten bewerteten Kombinationen der Stützstellen N_1 und N_2 bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie mit Vorgehensweise 2 aus geschätzten Dehnungswöhlerlinien

9.2.2. Vorgehensweise 4

Die Kombinationen der Stützstelle N_0 und der Steigung d , die zu den niedrigsten Streuspannen führen, sind in *Tabelle 9.5* mit den sich ergebenden Mittelwerten und Streuspannen zusammengefasst.

Abschätzmethode	Werkstoff	N_0	d	m	T_N
UML	un- und niedrigleg. Stahl	100	-0,58	0,81	4,81
	Aluminium	10	-0,63	1,69	6,68
FKM	Stahl ohne GS	1.000	-0,57	0,86	4,92
	Stahlguss	1.000	-0,66	0,70	4,52
	Aluminiumknet.	1.000	-0,61	0,54	6,26
FKM ⁺	Stahl ohne GS	900	-0,56	0,80	4,26
KNN	Stahl ohne GS	1.000	-0,57	0,79	4,10

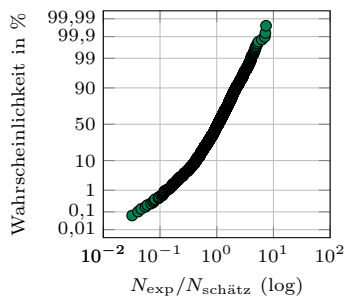
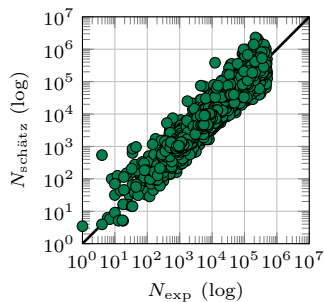
Tabelle 9.5.: Mittelwerte und Streuspannen für die am besten bewerteten Kombinationen der Stützstelle N_0 und der Steigung d bei der Ableitung der P_J -Wöhlerlinie mit Vorgehensweise 4 aus geschätzten Dehnungswöhlerlinien

9.2.3. Vorgehensweise 5

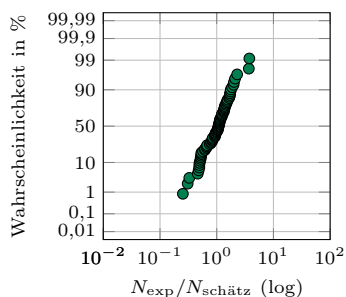
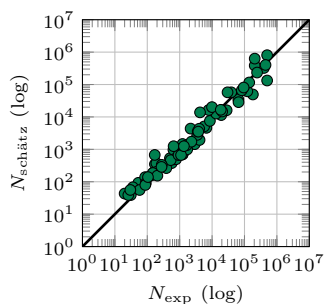
Bei dieser Vorgehensweise wird die Stützstelle $P_{J,0}$ bei der Schwingenspielzahl N_0 aus der Zugfestigkeit abgeschätzt. Hierfür wird ein Potenzgesetz nach *Gleichung 9.2* verwendet.

$$P_{J,0} = a \cdot \left(\frac{R_m}{\text{MPa}} \right)^b \quad (9.2)$$

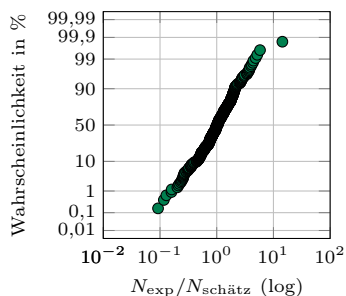
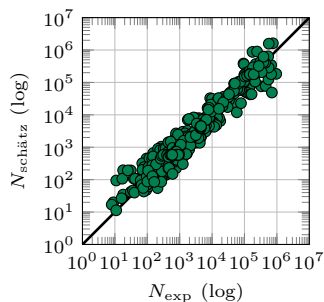
Die Parameter a , b , N_0 und d sowie die daraus resultierende Güte der P_J -Wöhlerlinien hängen bei dieser Vorgehensweise nicht von einer Abschätzmethode für zyklische Kennwerte ab, sondern lediglich von der betrachteten Werkstoffgruppen. Die Kombinationen der zu variierenden Parameter dieser Vorgehensweise, die zu den niedrigsten Streuspannen führen, sind in *Tabelle 9.6* mit den sich ergebenden Mittelwerten und Streuspannen dokumentiert. Die N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze sind in *Abbildung 9.10* dargestellt.



(a) Stahl ohne GS



(b) Stahlguss



(c) Aluminiumknetlegierungen

Abbildung 9.10.: N - N -Diagramme und Wahrscheinlichkeitsnetze für die direkte Abschätzung der P_J -Wöhlerlinie (Vorgehensweise 5)

Werkstoff	N_0	d	a in MPa	b	m	T_N
Stahl ohne GS	1.000	-0,56	0,0245	1	1,00	5,04
Stahlguss	1.000	-0,66	0,105	0,695	1,01	3,52
Aluminiumknet.	2.000	-0,61	0,986	0,26	1,00	4,69

Tabelle 9.6.: Mittelwerte und Streuspannen für die am besten bewerteten Parameterkombinationen der Vorgehensweise 5

9.2.4. Fazit

Sofern für eine Abschätzung lediglich die Zugfestigkeit zur Verfügung steht, können P_J -Wöhlerlinien entweder mithilfe der Vorgehensweise 2 oder 4 in Verbindung mit der FKM-Methode oder aber direkt (Vorgehensweise 5) geschätzt werden. Für die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS liefern dabei alle drei Vorgehensweisen Streuspannen um den Wert 5, wobei Vorgehensweise 4 geringfügig besser abschneidet. Bei den Werkstoffgruppen Stahlguss und Aluminiumknetlegierungen liefert hingegen die direkte Abschätzung mit Abstand die besten Ergebnisse. Bei der Abschätzung mit der FKM-Methode und insbesondere mit dem UML ergeben sich bei der Werkstoffgruppe Aluminium sehr große Streuspannen. Für ein einheitliches Vorgehen bei den drei Werkstoffgruppen wird daher die direkte Abschätzung (Vorgehensweise 5) empfohlen. Für die Werkstoffgruppe Stahlguss fällt auf, dass die Streuspanne bei Vorgehensweise 5 mit 3,52 kleiner ist als bei Vorgehensweise 3 für die Ableitung von P_J -Wöhlerlinien aus experimentell ermittelten zyklischen Kennwerten mit 3,90, *Tabelle 6.10*. Dies lässt sich nur durch die wenigen Versuchsreihen erklären, die für diese Werkstoffgruppe vorliegen. Die angegebenen Werte sollten daher mit Vorsicht angewendet werden. Damit nicht der Eindruck entsteht, dass die rechnerische Abschätzung für diese Werkstoffgruppe besser ist als die experimentelle Ermittlung, sei noch auf die Streuspanne verwiesen, die sich bei der Regression der Einzelversuche zu 2,93 ergibt, im Vergleich mit den anderen Werkstoffgruppen allerdings ebenfalls groß ausfällt.

Für die Werkstoffgruppe Stahl ohne GS bietet sich weiterhin die Möglichkeit der Abschätzung der zyklischen Kennwerte mithilfe der drei quasistatischen Kennwerte R_m , R_p und A_k an. In diesem Fall schneiden die Vorgehensweise 3 und 4 in Verbindung mit der FKM⁺-Methode bzw. den KNN deutlich besser ab, als die direkte Abschätzung der P_J -Wöhlerlinie anhand der Zugfestigkeit. Zwar liefern die KNN in Verbindung mit Vorgehensweise 2 leicht bessere Ergebnisse als mit Vorgehensweise 4, um jedoch zu einem konsistenten Vorgehen im Vergleich zur Ermittlung experimenteller P -Wöhlerlinien zu gelangen, wird sowohl für die FKM⁺-Methode als auch für die KNN Vorgehensweise 4 empfohlen, vgl. Kapitel 6.2.5.

10. Mittelwertkorrektur von Schädigungsparameterwöhlerlinien

Wie sich sowohl bei der Untersuchung von P -Wöhlerlinien, die experimentell ermittelt als auch solchen, die abgeschätzt werden, Kapitel 6 und 9, zeigt, ergeben sich in den meisten Fällen P -Wöhlerlinien, bei denen der zugehörige logarithmische Mittelwert m nicht 1 ist.

Um die verschiedenen Vorgehensweisen zur Ableitung von P -Wöhlerlinien objektiv miteinander vergleichen zu können und um P -Wöhlerlinien zur Verfügung zu stellen, die in Lebensdauerabschätzungen für $P_A=50\%$ verwendet werden können, werden in diesem Kapitel Faktoren ermittelt, mit denen die P -Wöhlerlinien so korrigiert werden können, dass gilt $m = 1$.

Zum Erreichen dieses Zieles bieten sich prinzipiell zwei Möglichkeiten an:

- Die P -Wöhlerlinie wird in Lastrichtung (parallel zur P -Achse) verschoben, indem sie mit einem Korrekturfaktor $f_{m,P}$ multipliziert wird.
- Die P -Wöhlerlinie wird in Lebensdauerrichtung (parallel zur N -Achse) verschoben, indem sie mit einem Korrekturfaktor $f_{m,N}$ multipliziert wird.

Beide Möglichkeiten sind zunächst zulässig und für beide werden im Folgenden die Korrekturfaktoren angegeben. Vor- und Nachteile der beiden Möglichkeiten werden am Ende des Kapitels diskutiert.

Zur Ermittlung der Faktoren $f_{m,P}$ und $f_{m,N}$ wird die P -Wöhlerlinie soweit verschoben, dass sich ein logarithmischer Mittelwert von $m = 1$ ergibt, *Abbildung 10.1*. Die Angabe der Faktoren wird auf zwei Nachkommastellen beschränkt, sodass sich leichte Abweichungen von der Bedingung $m = 1$ ergeben können.

Die Gleichungen der in Lastrichtung korrigierten P -Wöhlerlinien sind in *Gleichung 10.1* bis *Gleichung 10.3* angegeben, die in Lebensdauerrichtung korrigierten in *Gleichung 10.4* bis *Gleichung 10.6*.

Für die Umrechnung in Richtung des Schädigungsparameters gilt:

$$P_{\text{SWT}} = f_{m,P} \cdot \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2N)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2N)^{b+c}} \quad (10.1)$$

$$P_{\text{SWT}} = f_{m,P} \cdot \max \left(P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_1}; P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_2} \right) \quad (10.2)$$

$$P_J = f_{m,P} \cdot P_{J,0} \cdot \left(\frac{N}{N_0} \right)^d \quad (10.3)$$

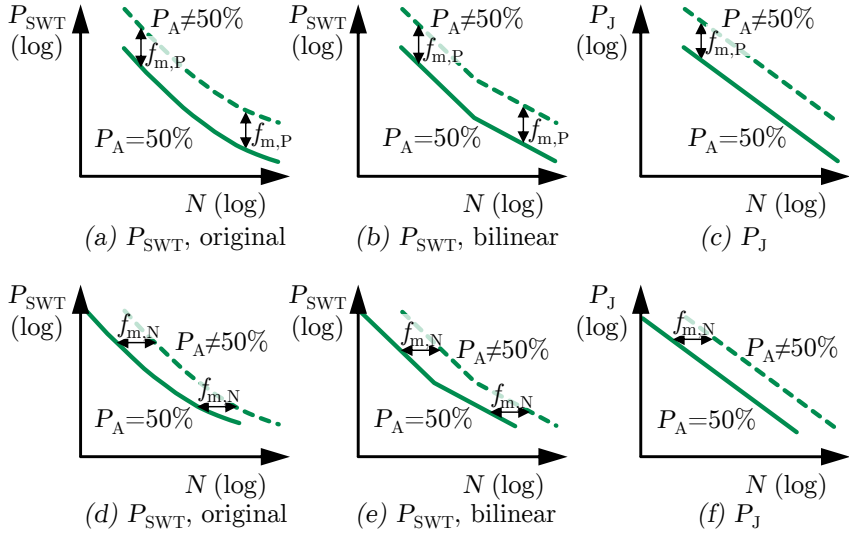


Abbildung 10.1.: Verschiebung der P -Wöhlerlinie durch den Faktor $f_{m,P}$ bzw. $f_{m,N}$ zum Zwecke der Mittelwertkorrektur.
 (a) - (c) Mittelwertkorrektur in Lastrichtung,
 (d) - (f) Mittelwertkorrektur in Lebensdauerriichtung

Für die Umrechnung in Lebensdauerriichtung gilt:

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot \left(\frac{2N}{f_{m,N}} \right)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot \left(\frac{2N}{f_{m,N}} \right)^{b+c}} \quad (10.4)$$

$$P_{\text{SWT}} = \max \left(P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3 \cdot f_{m,N}} \right)^{d_1}; P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3 \cdot f_{m,N}} \right)^{d_2} \right) \quad (10.5)$$

$$P_J = P_{J,0} \cdot \left(\frac{N}{N_0 \cdot f_{m,N}} \right)^d \quad (10.6)$$

10.1. Experimentelle P-Wöhlerlinien

Die Korrekturfaktoren für experimentelle P -Wöhlerlinien sowie die sich nach der Korrektur ergebenden logarithmischen Mittelwerte und Streuspannen sind in *Tabelle 10.1* und *Tabelle 10.2* angegeben.

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	1,00	1,00	2,05	1,00	1,00	2,05
Stahlguss	1,00	0,98	2,85	0,98	1,00	2,85
Aluminiumknet.	1,01	0,99	2,44	1,05	1,00	2,43

(a) originaler Ansatz

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,97	1,01	2,37	0,87	1,00	2,38
Stahlguss	0,97	1,00	3,19	0,87	1,00	3,30
Aluminiumknet.	0,96	1,02	3,49	0,81	1,00	3,26

(b) bilinearer Ansatz, abgeleitet aus zyklischen Kennwerten

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	1,00	1,00	2,11	1,00	1,00	2,11
Stahlguss	1,00	1,01	2,69	1,01	1,00	2,69
Aluminiumknet.	1,00	1,00	1,97	1,00	1,00	1,97

(c) bilinearer Ansatz, ausgewertet mit Maximum-Likelihood-Algorithmus

Tabelle 10.1.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_{SWT} -Wöhlerlinien nach der Mittelwertkorrektur durch den Faktor $f_{m,P}$ bzw. $f_{m,N}$

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	1,00	1,00	1,95	1,00	1,00	1,95
Stahlguss	1,00	1,00	2,92	1,00	1,00	2,93
Aluminiumknet.	1,00	1,00	2,18	1,00	1,00	2,15

(a) Regression der Einzelversuche

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,89	1,00	3,19	0,82	1,00	3,19
Stahlguss	0,79	0,99	4,22	0,69	1,00	4,22
Aluminiumknet.	0,64	1,01	4,11	0,48	1,00	4,11

(b) Vorgehensweise 4

Tabelle 10.2.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_J -Wöhlerlinien nach der Korrektur durch den Faktor $f_{m,P}$ bzw. $f_{m,N}$

10.2. Geschätzte P-Wöhlerlinien

Die Korrekturfaktoren f_m für die aus geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleiteten P Wöhlerlinien sowie die sich nach der Korrektur ergebenden logarithmischen Mittelwerte und Streuspannen sind in *Tabelle 10.3* bis *Tabelle 10.4* angegeben.

Abschätz- methode	Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
		$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
UML	un- u. niedrigleg. St.	0,96	1,00	6,16	0,81	1,00	6,44
	Aluminium	1,13	1,03	16,6	2,10	1,00	15,0
FKM	Stahl ohne GS	1,01	0,99	5,10	1,04	1,00	5,12
	Stahlguss	0,97	1,00	6,62	0,85	1,00	7,09
	Aluminiumknet.	1,00	1,02	7,51	1,02	1,00	7,51
FKM ⁺	Stahl ohne GS	1,00	1,02	4,39	1,02	1,00	4,39
KNN	Stahl ohne GS	1,00	1,00	3,64	1,00	1,00	3,64

(a) originaler Ansatz

Abschätz- methode	Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
		$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
UML	un- u. niedrigleg. St.	0,94	0,99	5,67	0,74	1,00	6,02
	Aluminium	1,11	1,00	15,0	1,75	1,00	14,2
FKM	Stahl ohne GS	0,99	0,99	4,78	0,95	1,00	4,80
	Stahlguss	0,96	0,98	5,67	0,81	1,00	5,94
	Aluminiumknet.	0,97	1,00	6,20	0,85	1,00	6,55
FKM ⁺	Stahl ohne GS	0,98	1,01	4,26	0,92	1,00	4,21
KNN	Stahl ohne GS	0,97	1,02	3,71	0,89	1,00	3,75

(b) bilinearer Ansatz, abgeleitet aus geschätzten zyklischen Kennwerten

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	1,00	1,00	4,92	1,00	1,00	4,92
Stahlguss	1,00	1,01	3,73	1,01	1,00	3,73
Aluminiumknet.	1,00	0,99	6,29	0,99	1,00	6,29

(c) bilinearer Ansatz, direkt geschätzt

Tabelle 10.3: Mittelwerte und Streuspannen für geschätzte P_{SWT} -Wöhlerlinien nach der Korrektur durch den Faktor $f_{m,P}$ bzw. $f_{m,N}$

Werkstoff	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	1,00	1,00	5,04	1,00	1,00	5,04
Stahlguss	1,00	1,01	3,52	1,01	1,00	3,52
Aluminiumknet.	1,00	1,00	4,69	1,00	1,00	4,69

(a) Vorgehensweise 5 (direkte Schätzung)

Abschätzmeth.	Korr. in Richtung P			Korr. in Richtung N		
	$f_{m,P}$	m	T_N	$f_{m,N}$	m	T_N
FKM ⁺	0,88	1,00	4,26	0,80	1,00	4,26
KNN	0,88	0,99	4,10	0,79	1,00	4,10

(b) Vorgehensweise 4 (eine Stützstelle, feste Neigung)

Tabelle 10.4.: Mittelwerte und Streuspannen für geschätzte P_J -Wöhlerlinien nach der Korrektur durch den Faktor $f_{m,P}$ bzw. $f_{m,N}$

10.3. Anmerkungen

Die beiden Korrekturverfahren (in Lastrichtung oder in Lebensdauerrichtung) weisen Vor- und Nachteile auf. Während die Streuspannen bei den P_J -Wöhlerlinien durch die Korrektur in Lastrichtung nicht beeinflusst werden, hat diese sehr wohl einen Einfluss auf die Streuspannen der P_{SWT} -Wöhlerlinien. Dies lässt sich damit erklären, dass die Streuspanne in Schwingspielzahlrichtung ermittelt wird, die Verschiebung der P -Wöhlerlinien jedoch in Richtung des Schädigungsparameters erfolgt. Dass die P_{SWT} -Wöhlerlinien im Unterschied zur P_J -Wöhlerlinien nicht im gesamten Kurzzeit- und Zeitfestigkeitsbereich dieselbe Neigung aufweisen, führt dazu, dass sich bei einer Verschiebung der P_{SWT} -Wöhlerlinien in Richtung des Schädigungsparameters mit einem im gesamten Lebensdauerbereich gleichen Faktor f_m unterschiedliche Abstände zwischen der nicht verschobenen und der verschobenen P -Wöhlerlinie ergeben, *Abbildung 10.2*, was wiederum einen Einfluss auf die Streuspanne hat.

Auf der einen Seite beeinflusst die Korrektur in Lebensdauerrichtung die Streuspanne zwar nicht negativ, dafür wird, anders als bei der Korrektur in Lastrichtung, die Dauerfestigkeit aber auch nicht automatisch mit korrigiert. Die Ermittlung der Dauerfestigkeit muss anhand der korrigierten P -Wöhlerlinie durch Bestimmung des Spannungswertes bei $N = N_D$ erfolgen oder durch eine

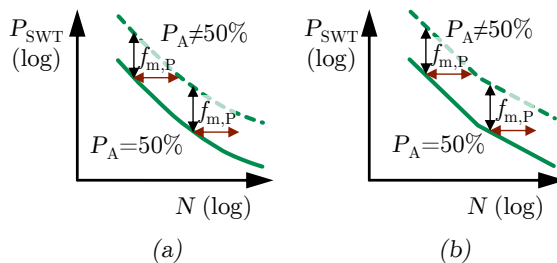


Abbildung 10.2.: Unterschiedliche Abstände der verschobenen und nicht verschobenen P_{SWT} -Wöhlerlinien in Lebensdauerrihtung bei Korrektur mit dem Faktor $f_{m,P}$. (a) originale P_{SWT} -Wöhlerlinie, (b) bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie

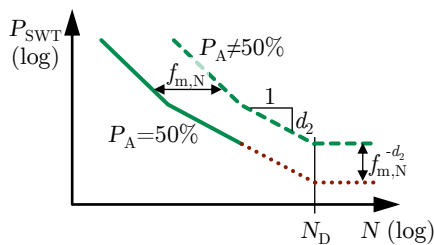


Abbildung 10.3.: Ermittlung der Dauerfestigkeit bei der Mittelwertkorrektur in Lebensdauerrihtung

Umrechnung des Faktors $f_{m,N}$ mithilfe der Neigung der P -Wöhlerlinie, siehe beispielhaft für die bilineare P_{SWT} -Wöhlerlinie *Abbildung 10.3*.

Weiterhin sind gängige Lebensdauerberechnungskonzepte üblicherweise auf die Anpassung von Wöhlerlinien in Lastrichtung ausgelegt, s. z.B. [Renn 12]. Hier erfolgt die Berücksichtigung von Stützwirkungs- und Oberflächeneinflüssen in Lastrichtung. In [Fied 15] wird für das örtliche Konzept ein ähnliches Vorgehen vorgeschlagen. Die Akzeptanz einer Mittelwertkorrektur in Lebensdauerrichtung ist zumindest fraglich.

Mit den angegebenen Werten stehen beide Möglichkeiten für die Anwendung zur Verfügung.

11. Ableitung von Schädigungsparameterwöhlerlinien für niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten

Um für den Festigkeitsnachweis P -Wöhlerlinien zur Verfügung zu stellen, die für niedrige Ausfallwahrscheinlichkeiten gelten, werden im Folgenden Faktoren $f_{2,5\%}$ bestimmt, durch die die mittelwertkorrigierten P -Wöhlerlinien auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ umgerechnet werden können. Die mit dem Faktor $f_{2,5\%}$ verschobenen Wöhlerlinien werden als charakteristische Wöhlerlinien bezeichnet. Die Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ ist in Anlehnung an [Renn 12] gewählt.

Die Gleichungen der charakteristischen P -Wöhlerlinien sind in Gleichung 11.1 bis Gleichung 11.6 angegeben.

Für die Umrechnung in Richtung des Schädigungsparameters gilt:

$$P_{\text{SWT}} = f_{\text{m,P}} \cdot f_{2,5\%,\text{P}} \cdot \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot (2N)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot (2N)^{b+c}} \quad (11.1)$$

$$P_{\text{SWT}} = f_{\text{m,P}} \cdot f_{2,5\%,\text{P}} \cdot \max \left(P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_1}; P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3} \right)^{d_2} \right) \quad (11.2)$$

$$P_J = f_{\text{m,P}} \cdot f_{2,5\%,\text{P}} \cdot P_{J,0} \cdot \left(\frac{N}{N_0} \right)^d \quad (11.3)$$

Für die Umrechnung in Lebensdauerrichtung gilt:

$$P_{\text{SWT}} = \sqrt{\sigma_f'^2 \cdot \left(\frac{2N}{f_{\text{m,N}} \cdot f_{2,5\%,\text{N}}} \right)^{2b} + \sigma_f' \cdot \varepsilon_f' \cdot E \cdot \left(\frac{2N}{f_{\text{m,N}} \cdot f_{2,5\%,\text{N}}} \right)^{b+c}} \quad (11.4)$$

$$P_{\text{SWT}} = \max \left(P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3 \cdot f_{\text{m,N}} \cdot f_{2,5\%,\text{N}}} \right)^{d_1}; P_{\text{SWT},2} \cdot \left(\frac{N}{10^3 \cdot f_{\text{m,N}} \cdot f_{2,5\%,\text{N}}} \right)^{d_2} \right) \quad (11.5)$$

$$P_J = P_{J,0} \cdot \left(\frac{N}{N_0 \cdot f_{\text{m,N}} \cdot f_{2,5\%,\text{N}}} \right)^d \quad (11.6)$$

Es wird angestrebt, dass die Angabe $P_A = 2,5\%$ als sicher betrachtet werden kann. Daher wird es als ungenügend erachtet, die P -Wöhlerlinie lediglich auf das 2,5%-Quantil der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ für die experimentellen P -Wöhlerlinien bzw. $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ für die geschätzten P -Wöhlerlinien zu verschieben,

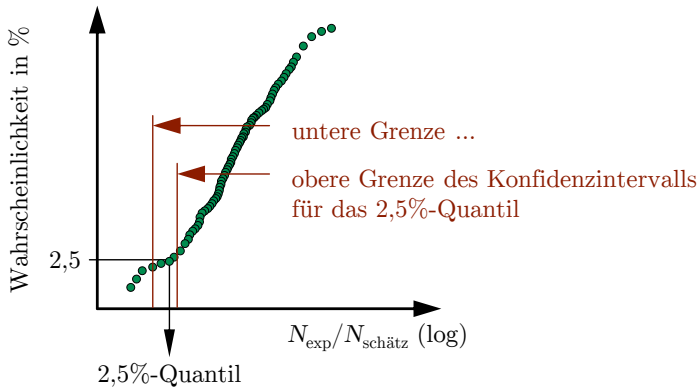
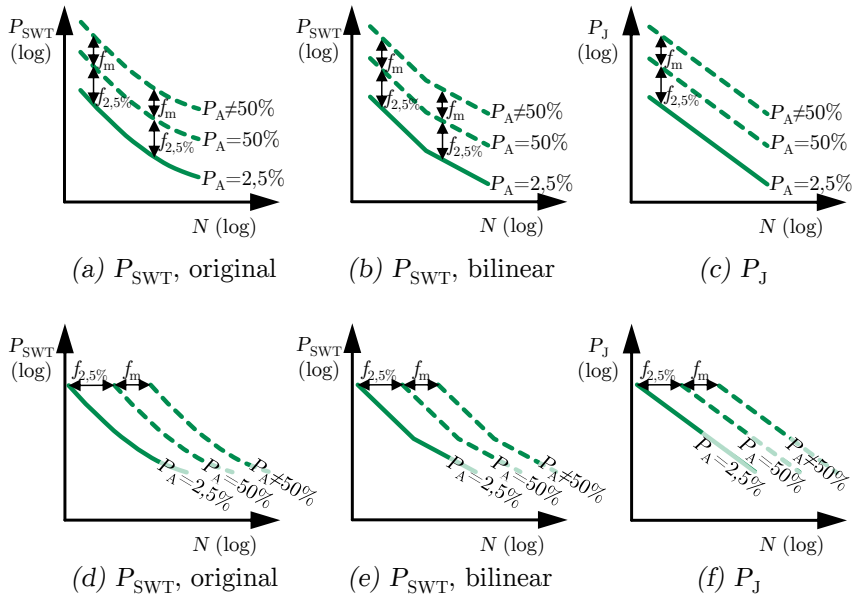


Abbildung 11.1.: 2,5%-Quantil für die Verteilung der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ einer beispielhaften P -Wöhlerlinie mit den Grenzen des Konfidenzintervalls für dieses Quantil

Abbildung 11.1. Anstelle des 2,5%-Quantils wird die untere Grenze des Konfidenzintervalls (Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 10\%$) des 2,5%-Quantils gewählt. Abhängig davon, wie viele Einzelversuche aus der Werkstoffdatenbank für die Bewertung einer Vorgehensweise zur Ableitung einer P -Wöhlerlinie vorliegen, ist das ermittelte 2,5%-Quantil eine mehr oder weniger gute Schätzung. Aus diesem Grund wird für das 2,5%-Quantil ein dazugehöriges Konfidenzintervall bestimmt und dessen untere Grenze zur Bestimmung des Faktors $f_{2,5\%}$ herangezogen, Abbildung 11.1. Hutson, [Huts 99], beschreibt wie die obere und untere Schranke Q_o bzw. Q_u des Konfidenzintervall mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α für ein bestimmtes Quantil u einer unbekannten Verteilung anhand einer Stichprobe derselben Verteilung abgeschätzt werden kann. Nach dem dort beschriebenen Algorithmus werden für die einzelnen mittelwertkorrigierten Vorgehensweisen zur Ableitung von P -Wöhlerlinien die unteren Grenzen des Konfidenzintervalls mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 10\%$ bestimmt. Für den Fall, dass der Stichprobenumfang zu klein ist, um die Grenzen des Konfidenzintervalls zu bestimmen, wird die untere Intervallgrenze durch den Algorithmus auf den kleinsten Wert der Stichprobe und die obere Intervallgrenze auf den größten Wert der Stichprobe gelegt. Die P -Wöhlerlinie wird parallel zur Ordinate soweit nach unten verschoben, sodass sich bei erneuter Berechnung des Konfidenzintervalls für das 2,5%-Quantil eine untere Grenze von $Q_u = 1$ er-

gibt. Der zur Verschiebung notwendige Faktor entspricht $f_{2,5\%}$, *Abbildung 11.2*. D.h. je weniger die Ergebnisse einer Auswertemethode streuen, desto näher an 1 liegt $f_{2,5\%}$. Für den oben beschriebenen Fall, dass die Stichprobe sehr klein ist und keine Intervallgrenzen geschätzt werden können, wie es z.B. für die Werkstoffgruppe Stahlguss der Fall ist, wird die P -Wöhlerlinie soweit nach unten bzw. nach links verschoben, dass im Wahrscheinlichkeitsnetz alle Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp,m}}$ bzw. $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$ größer 1 sind.



*Abbildung 11.2.: Verschiebung der P -Wöhlerlinie durch den Faktor $f_{2,5\%,P}$ bzw. $f_{2,5\%,N}$ zur Umbewertung auf eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$.
 (a) - (c) Mittelwertkorrektur in Lastrichtung,
 (d) - (f) Mittelwertkorrektur in Lebensdauerrichtung*

11.1. Faktoren für experimentelle P-Wöhlerlinien

Die Faktoren $f_{2,5\%}$ für die aus geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleiteten P -Wöhlerlinien sowie die sich nach der Verschiebung ergebenden logarithmischen Mittelwerte und Streuspannen sind in *Tabelle 11.1* bis *Tabelle 11.2* angegeben.

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,86	2,14	2,81	0,49	2,04	2,05
Stahlguss	0,69	4,75	5,96	0,32	3,13	2,85
Aluminiumknet.	0,74	4,52	6,51	0,40	2,50	2,43

(a) originaler Ansatz

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,84	2,25	2,88	0,43	2,33	2,38
Stahlguss	0,68	4,75	5,45	0,28	3,58	3,30
Aluminiumknet.	0,64	6,91	14,1	0,32	3,18	3,26

(b) bilinearer Ansatz, abgeleitet aus zyklischen Kennwerten

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,86	2,09	2,64	0,45	2,23	2,11
Stahlguss	0,68	5,33	3,24	0,26	3,84	2,69
Aluminiumknet.	0,88	2,10	2,18	0,45	2,22	1,97

(c) bilinearer Ansatz, ausgewertet mit Maximum-Likelihood-Algorithmus

Tabelle 11.1.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_{SWT} -Wöhlerlinien nach der Verschiebung durch den Faktor $f_{2,5\%,P}$ bzw. $f_{2,5\%,N}$

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,69	1,97	2,03	0,51	1,96	1,95
Stahlguss	0,46	3,37	3,05	0,31	3,23	2,93
Aluminiumknet.	0,62	2,22	2,25	0,44	2,27	2,15

(a) Regression der Einzelversuche

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,45	3,95	3,19	0,25	3,98	3,19
Stahlguss	0,42	3,69	4,22	0,27	3,72	4,22
Aluminiumknet.	0,44	3,96	4,11	0,25	4,00	4,11

(b) Vorgehensweise 4

Tabelle 11.2.: Mittelwerte und Streuspannen für experimentelle P_J -Wöhlerlinien nach der Verschiebung durch den Faktor $f_{2,5\%,P}$ bzw. $f_{2,5\%,N}$

11.2. Faktoren für geschätzte P-Wöhlerlinien

Die Faktoren $f_{2,5\%}$ für die aus geschätzten zyklischen Kennwerten abgeleiteten P -Wöhlerlinien sowie die sich nach der Verschiebung ergebenden logarithmischen Mittelwerte und Streuspannen sind in *Tabelle 11.3* bis *Tabelle 11.4* angegeben.

Abschätz- methode	Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
		$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
UML	un- u. niedrigleg. St.	0,71	5,02	6,30	0,13	7,70	6,44
	Aluminium	0,58	16,0	19,9	0,06	16,9	15,0
FKM	Stahl ohne GS	0,73	4,57	5,88	0,20	5,00	5,12
	Stahlguss	0,75	3,92	4,20	0,07	14,3	7,09
	Aluminiumknet.	0,56	15,8	15,5	0,07	14,6	7,51
FKM ⁺	Stahl ohne GS	0,74	4,24	5,55	0,25	4,01	4,39
KNN	Stahl ohne GS	0,74	4,07	5,10	0,24	4,17	3,64

(a) originaler Ansatz

Abschätz- methode	Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
		$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
UML	un- u. niedrigleg. St.	0,70	4,88	6,30	0,13	7,11	6,38
	Aluminium	0,60	11,7	19,9	0,08	11,6	16,3
FKM	Stahl ohne GS	0,73	4,33	5,88	0,23	4,33	4,80
	Stahlguss	0,73	4,00	4,20	0,18	5,55	5,94
	Aluminiumknet.	0,57	12,1	15,5	0,09	11,1	6,55
FKM ⁺	Stahl ohne GS	0,74	3,94	5,15	0,28	3,58	4,21
KNN	Stahl ohne GS	0,73	4,07	4,72	0,26	3,83	3,75

(b) bilinearer Ansatz, abgeleitet aus geschätzten zyklischen Kennwerten

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,71	4,72	5,33	0,24	4,19	4,92
Stahlguss	0,51	15,8	7,60	0,09	11,1	3,73
Aluminiumknet.	0,61	11,2	7,95	0,09	11,1	6,29

(c) bilinearer Ansatz, direkt geschätzt

Tabelle 11.3.: Mittelwerte und Streuspannen für geschätzte P_{SWT} -Wöhlerlinien nach der Korrektur durch den Faktor $f_{2,5\%,P}$ bzw. $f_{2,5\%,N}$

Werkstoff	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
Stahl ohne GS	0,39	5,36	5,04	0,18	5,54	5,04
Stahlguss	0,40	4,03	3,52	0,25	3,98	3,52
Aluminiumknet.	0,36	5,34	4,69	0,19	5,27	4,69

(a) Vorgehensweise 5 (direkte Schätzung)

Abschätzmeth.	Versch. in Richtung P			Versch. in Richtung N		
	$f_{2,5\%,P}$	m	T_N	$f_{2,5\%,N}$	m	T_N
FKM ⁺	0,42	4,72	4,26	0,21	4,75	4,26
KNN	0,41	4,75	4,10	0,22	4,57	4,10

(b) Vorgehensweise 4 (eine Stützstelle, feste Neigung)

Tabelle 11.4.: Mittelwerte und Streuspannen für geschätzte P_J -Wöhlerlinien nach der Korrektur durch den Faktor $f_{2,5\%,P}$ bzw. $f_{2,5\%,N}$

11.3. Anmerkungen

Ein scheinbarer Widerspruch taucht bei der Betrachtung der Ergebnisse für die P_{SWT} -Wöhlerlinien und die P_J -Wöhlerlinien auf. Werden beispielsweise die Werte der Faktoren $f_{2,5\%,P}$ für Stahl ohne GS beim KNN in *Tabelle 11.3* mit *Tabelle 11.4* verglichen, fällt auf, dass die Streuspanne für die P_{SWT} -Wöhlerlinien zwar größer ist, als die der P_J -Wöhlerlinien, bei ersteren die Verschiebung nach unten aber weniger stark sein muss, um auf $P_A = 2,5\%$ umzurechnen, als bei letzteren. Dieser Widerspruch lässt sich dadurch auflösen, dass die Streuspannen in Lebensdauerrichtung ermittelt werden und die Faktoren $f_{2,5\%,P}$ in Richtung des Schädigungsparameters. Da die Neigungen der P_{SWT} -Wöhlerlinien und der P_J -Wöhlerlinien im Mittel unterschiedlich sind, hat ein Faktor $f_{2,5\%,P}$ derselben Größe für beiden Wöhlerlinientypen einen unterschiedlichen Einfluss in Lebensdauerrichtung.

Für die Frage, ob die Verschiebung in Richtung von P oder N erfolgen sollte, gelten dieselben Vor- und Nachteile wie sie für die Mittelspannungskorrektur in Kapitel 10.3 diskutiert werden.

Welchen Einfluss die Güte der Schätzung der zyklischen Kennwerte auf die Wöhlerlinie bei $P_A = 2,5\%$ hat, kann beim Vergleich von *Abbildung 11.3* und *Abbildung 11.4* erkannt werden. In diesen Abbildungen sind beispielhaft die Festigkeiten des Schädigungsparameters P_{SWT} für verschiedene Schwingungszahlen über der Zugfestigkeit dargestellt. In *Abbildung 11.3* sind die mittelwertkorrigierten Werte aufgetragen, in *Abbildung 11.4* jene für $P_A = 2,5\%$. Die Werte für die Künstlichen Neuronalen Netze und die FKM⁺-Methode werden durch Punkte repräsentiert, da sie nicht nur von der Zugfestigkeit, sondern auch von Fließgrenze und Bruchdehnung abhängen. Sie wurden für Kombinationen der drei Kennwerte aus der Werkstoffdatenbank ermittelt.

KNN und FKM⁺-Methode liefern die geringsten Streuspannen, weshalb die Festigkeitswerte bei der Umbewertung auf $P_A = 2,5\%$ am wenigsten abgemindert werden müssen. Es folgen die FKM-Methode und das Uniform Material Law, das als Referenz mit angegeben ist und von den dargestellten Methoden zur größten Streuung führt.

Die Unstetigkeit in der Steigung, die sich bei den Verläufen für die FKM-Methode zeigt und die sich besonders bei den Festigkeiten bei $N = 10^2$ und $N = 10^3$ erkennen lässt, ist im Doppelkriterium für die Stützstelle des plastischen Dehnungsanteils ε_{p0} , s. *Tabelle 7.25*, begründet. Das UML weist im Vergleich zur FKM-Methode einen steileren Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und P_{SWT} -Festigkeit auf, weshalb es bei allen betrachteten Schwingungszahlen zum Schnitt zwischen den beiden Verläufen kommt. Durch den etwas steileren Verlauf muss die mit dem UML geschätzte P_{SWT} -Wöhlerlinie stärker verscho-

ben werden als die mit der FKM-Methode geschätzte, um zu einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ zu gelangen. Dies macht sich in einem unnötig groß erscheinenden Abstand zwischen den beiden Kurven im Bereich mittlerer Zugfestigkeiten bemerkbar. Das UML führt daher zwar im Bereich hoher Zugfestigkeiten zur gewünschten Ausfallwahrscheinlichkeit in der P_{SWT} -Wöhlerlinie, für niedrige und mittlere Zugfestigkeiten sind die Ausfallwahrscheinlichkeiten jedoch noch geringer, sodass bei der Bauteilauslegung Potenzial verschenkt würde.

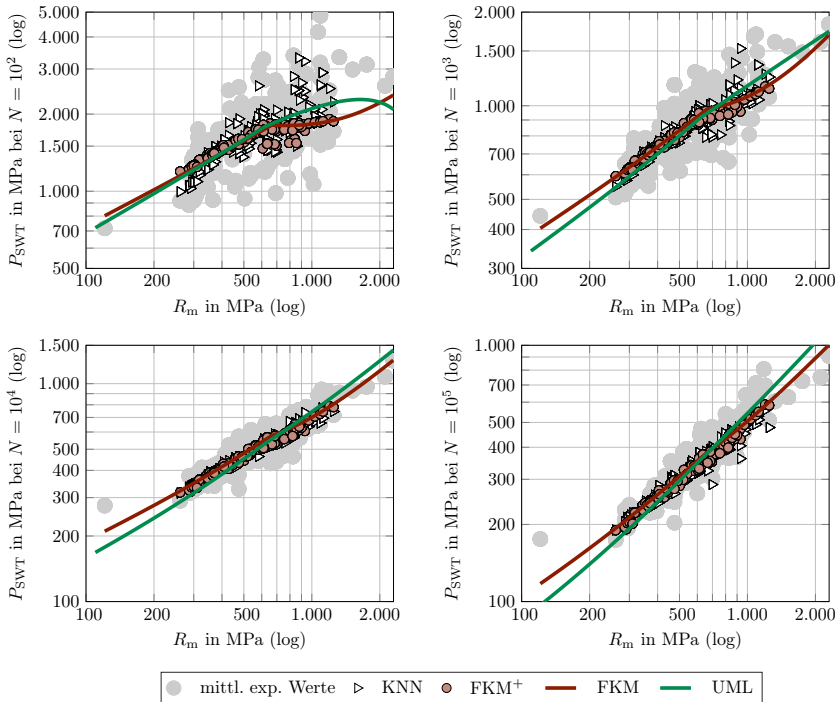


Abbildung 11.3.: Mittlere P_{SWT} -Festigkeiten ($P_A = 50\%$) bei verschiedenen Schwingenspielzahlen nach dem originalen Ansatz, abgeleitet aus verschiedenen Abschätzmethoden (inklusive Mittelwertkorrektur in Lebensdauerriechung) im Vergleich zu mittleren experimentellen Festigkeiten

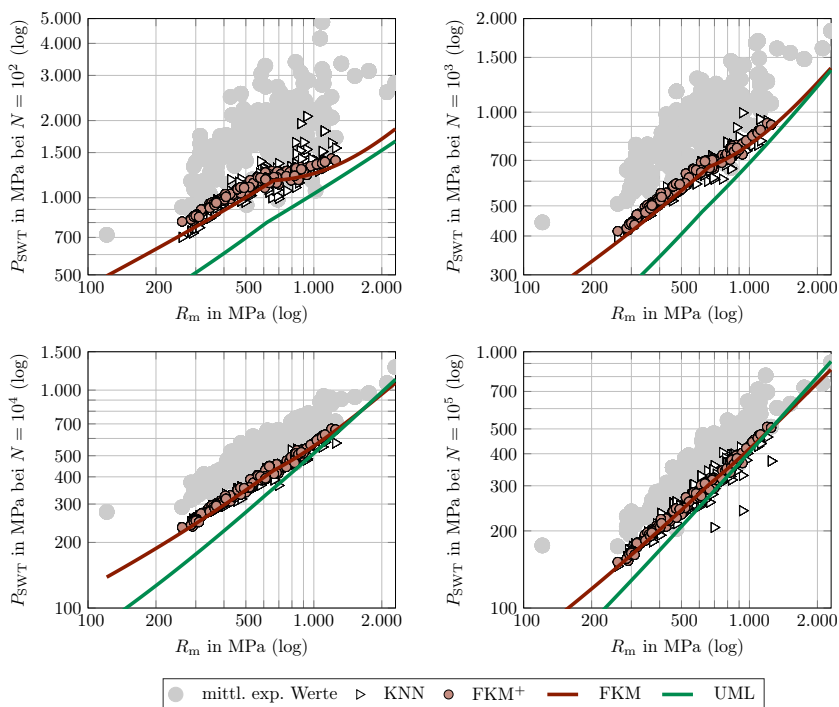


Abbildung 11.4.: P_{SWT} -Festigkeiten für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 2,5\%$ (Verschiebung der P -Wöhlerlinie in Lebensdauerrichtung) bei verschiedenen Schwingenspielzahlen nach dem originalen Ansatz, abgeleitet aus verschiedenen Abschätzmethoden im Vergleich zu experimentellen Festigkeiten

Anhang

A. Matlabfunktion für die Maximum-Likelihood-Schätzung von P_{SWT} -Wöhlerlinien

In *Abbildung A.1* bis *Abbildung A.4* ist der in Kapitel 6.1.3 verwendete Maximum-Likelihood-Algorithmus zur Auswertung von bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinien aus Einzelversuchen angegeben.

Als Hilfe für eine Implementierung werden die folgenden Beispielwerte angegeben, s. auch *Abbildung 6.7*:

1. Eingabedaten: Einzelversuchsergebnisse für den Werkstoff St 42 ([Boll 87a], S. 30 ff., Schwingenspielzahlen $> 5 \cdot 10^5$ und Durchläufer wurden entfernt.):
 - Schwingenspielzahlen $N = 75; 83; 140; 147; 180; 200; 477; 605; 630; 630; 643; 670; 710; 850; 900; 1.800; 1.900; 2.000; 2.600; 2.810; 3.160; 3.980; 3.980; 5.000; 5.400; 19.000; 26.000; 27.000; 29.000; 30.000; 34.000; 53.700; 55.000; 56.200; 79.500; 99.000; 116.900; 120.000; 130.000; 158.000; 178.000; 316.000; 457.000$
 - Schädigungsparameter $P_{\text{SWT}}/\text{MPa} = 177,18; 177,88; 142,95; 142,81; 113,54; 143,81; 102,38; 89,06; 91,34; 91,34; 90,77; 90,89; 91,57; 92,46; 89,75; 77,13; 67,99; 73,76; 66,15; 66,43; 73,44; 63,46; 63,48; 59,70; 59,35; 47,71; 44,17; 44,02; 43,92; 41,89; 39,50; 43,06; 37,34; 39,37; 38,04; 36,88; 35,77; 32,41; 30,71; 33,35; 32,39; 32,60; 30,45$
2. Startparameter für Iteration:
 $d_1 = -0,2068, d_2 = -0,2068, P_{\text{Stütz}} = 89,00 \text{ MPa}$
3. Ergebnis nach Iteration:
 $d_1 = -0,2988, d_2 = -0,1799, P_{\text{Stütz}} = 81,38 \text{ MPa}$

```

1  function [ d1, d2, P_Stuetz ] = bilinear_PSWT_MaxiLi( P_SWT, N )
2  % bilinear_PSWT_MaxiLi Maximum-Likelihood-Schaetzung der Parameter
3  % einer P_SWT-Woehlerlinie mit bilinearem Ansatz aus Einzelversuchen
4  % Mit dieser Funktion werden die Parameter d1, d2 und P_Stuetz des
5  % bilinearen Ansatzes der P_SWT-Woehlerlinie fuer Wertepaare
6  % (P_SWT , N) abgeschaezt.
7  % Die Stuetzstelle P_Stuetz der P-Woehlerlinie liegt dabei bei
8  %  $N=10^3$ . d1 ist der Exponent der P-Woehlerlinie fuer den Bereich
9  %  $N<10^3$ . d2 ist der Exponent der P-Woehlerlinie fuer den Bereich
10 %  $N>10^3$ .
11 % Zur Abschaetzung wird das Maximum-Likelihood-Verfahren verwendet.
12 % Die drei Parameter werden mit einer Genauigkeit von jeweils
13 % 1% geschaetzt. Es muessen mindestens zwei Schwingungszahlen mit
14 %  $N<10^3$  und zwei Ergebnisse mit  $N>10^3$  fuer die Schaetzung
15 % vorliegen. Die Schwingungszahlen  $<10^3$  muessen mindestens einen
16 % Wert  $<300$  aufweisen und die Schwingungszahlen  $>10^3$  muessen
17 % mindestens einen Wert  $>3 \cdot 10^3$  aufweisen. Nach 1000
18 % Iterationsschritten wird die Berechnung abgebrochen.
19
20 % Ueberpruefen der Eingabewerte
21 if length(P_SWT)~=length(N)
22 % N und P_SWT sind unterschiedlich lang
23 display('Eingabevektoren N und P_SWT weisen ...
           unterschiedliche Laengen auf! Es wird keine Schaetzung ...
           der P-Woehlerlinie durchgefuehrt!');
24     d1=1;
25     d2=1;
26     P_Stuetz=-1;
27 elseif ~isempty(find(N<=0, 1)) || ~isempty(find(P_SWT<=0, 1))
28 % N und P_SWT weisen Werte <=0 auf
29 display('Einzelne Werte der Eingabevektoren N und P_SWT ...
           weisen unplausibel Werte (<=0) auf! Es wird keine ...
           Schaetzung der P-Woehlerlinie durchgefuehrt!');
30     d1=1;
31     d2=1;
32     P_Stuetz=-1;
33 elseif length(find(N<=10^3))<2 || length(find(N>=10^3))<2
34 % Es liegen nur zwei Schwingungszahlen im Bereich  $<10^3$ 
35 % bzw.  $>10^3$  vor
36 display('Es liegt nur 1 Versuchsergebnis mit einer ...
           Schwingungszahl groesser oder kleiner  $10^3$  vor! Es ...
           wird keine Schaetzung der P-Woehlerlinie durchgefuehrt!');
37     d1=1;
38     d2=1;
39     P_Stuetz=-1;
40 elseif min(N)>300 || max(N)<3*10^3
41 % Die Schwingungszahlen kleiner  $10^3$  liegen sehr nahe
42 % an  $10^3$  / Die Schwingungszahlen groesser  $10^3$  liegen
43 % sehr nahe an  $10^3$ 
44 display('Die Schwingungszahlen groesser  $10^3$  oder kleiner ...
            $10^3$  sind fuer die Schaetzung der P_SWT-Woehlerlinie zu ...
           nahe bei  $10^3$  konzentriert! Es wird keine Schaetzung ...
           der P-Woehlerlinie durchgefuehrt!');

```

Abbildung A.1.: Matlabfunktion bilinear_PSWT_MaxiLi


```

45     d1=1;
46     d2=1;
47     P_Stuetz=-1;
48     else
49         % Zeilen- in Spaltenvektoren umwandeln
50         if size(P_SWT,1)>1
51             P_SWT=P_SWT';
52         end
53         if size(N,1)>1
54             N=N';
55         end
56
57         %%% Hauptalgorithmus Anfang %%%
58         inc=1.01; % faktorielles Inkrement fuer Parametervariation
59
60         % Startwerte festlegen mit einfacher linearer Regression
61         p=polyfit(log10(P_SWT),log10(N),1);
62         d=1/p(1);
63         P_SWT_0=10^(-p(2)/p(1)); % P-Wert bei N=1
64         d1=d; % Startwert fuer Exponent fuer Bereich N<10^3
65         d2=d; % Startwert fuer Exponent fuer Bereich N>10^3
66         P_Stuetz=P_SWT_0*(10^3)^d;
67         % Startwert fuer P bei N=10^3
68
69         % Iteration
70         i=1; % Zaehlvariable: Anzahl der Iterationen
71         Abbruch=false; % Exit flag fuer Abbruch der Iteration
72         while ~Abbruch
73             Kombi=zeros(27,3); %Initialisierung der Kombinationen
74             % Kombinationen der drei zu variierenden Parameter d1, d2,
75             % P_Stuetz, die untersucht werden. Kombi(1,:)
76             % enthaelt den Startparametersatz bzw. den Parametersatz
77             % des letzten Iterationsschrittes
78             Kombi(1,:)= [d1 d2 P_Stuetz ];
79             Kombi(2,:)= [d1 d2 P_Stuetz*inc];
80             Kombi(3,:)= [d1 d2 P_Stuetz/inc];
81             Kombi(4,:)= [d1 d2*inc P_Stuetz ];
82             Kombi(5,:)= [d1 d2*inc P_Stuetz*inc];
83             Kombi(6,:)= [d1 d2*inc P_Stuetz/inc];
84             Kombi(7,:)= [d1 d2/inc P_Stuetz ];
85             Kombi(8,:)= [d1 d2/inc P_Stuetz*inc];
86             Kombi(9,:)= [d1 d2/inc P_Stuetz/inc];
87             Kombi(10,:)= [d1*inc d2 P_Stuetz ];
88             Kombi(11,:)= [d1*inc d2 P_Stuetz*inc];
89             Kombi(12,:)= [d1*inc d2 P_Stuetz/inc];
90             Kombi(13,:)= [d1*inc d2*inc P_Stuetz ];
91             Kombi(14,:)= [d1*inc d2*inc P_Stuetz*inc];
92             Kombi(15,:)= [d1*inc d2*inc P_Stuetz/inc];
93             Kombi(16,:)= [d1*inc d2/inc P_Stuetz ];
94             Kombi(17,:)= [d1*inc d2/inc P_Stuetz*inc];

```

Abbildung A.2.: Matlabfunktion `bilinear_PSWT_MaxiLi`
... (Fortsetzung)

```

95     Kombi(18,:) = [dl*inc d2/inc P_Stuetz/inc];
96     Kombi(19,:) = [dl/inc d2 P_Stuetz ];
97     Kombi(20,:) = [dl/inc d2 P_Stuetz*inc];
98     Kombi(21,:) = [dl/inc d2 P_Stuetz/inc];
99     Kombi(22,:) = [dl/inc d2*inc P_Stuetz ];
100    Kombi(23,:) = [dl/inc d2*inc P_Stuetz*inc];
101    Kombi(24,:) = [dl/inc d2*inc P_Stuetz/inc];
102    Kombi(25,:) = [dl/inc d2/inc P_Stuetz ];
103    Kombi(26,:) = [dl/inc d2/inc P_Stuetz*inc];
104    Kombi(27,:) = [dl/inc d2/inc P_Stuetz/inc];
105    % Berechnen der Uebereinstimmungswahrscheinlichkeit fuer
106    % die Kombination
107    P_Kombi = zeros(length(Kombi),1);
108    % Initialisierung der Uebereinstimmungswahr-
109    % scheinlichkeit der Kombination
110    s_log = zeros(length(Kombi),1);
111    % Initialisierung der log. Standardabweichung
112    for j=1:length(Kombi)
113        % log. Standardabweichung berechnen
114        N_funk = zeros(1,length(P_SWT));
115        % Initialisieren der "funktionalen" Schwingenspiel-
116        % zahlen, die sich fuer die P-Werte aus einer
117        % P-WL mit den Parametern der Kombination
118        % ergeben
119        for k=1:length(P_SWT)
120            N_funk(k)=...
121            max(10^3*(P_SWT(k)./Kombi(j,3)).^(1/Kombi(j,1)),...
122            10^3*(P_SWT(k)./Kombi(j,3)).^(1/Kombi(j,2)));
123            % Gleichung der P-WL, Maximum wird wegen
124            % der zwei Aeste verwendet
125        end
126        N_verschoben=10.^(log10(N)-log10(N_funk));
127        % Schingspielzahlen entlang der P-WL auf einen
128        % gemeinsamen Lasthorizont verschieben
129        % (gleichbedeutend mit dem Bilden der logarith-
130        % mischen Abstaende)
131        s_log(j)=...
132        sqrt(1/(length(N))*sum((log10(N_verschoben)-0).^2));
133        % Standardabweichung mit Mittelwert = 1
134
135        % Uebereinstimmungswahrscheinlichkeit ("Likelihood")
136        P = zeros(length(N_verschoben), 1);
137        % Initialisierung
138        for k=1:length(N_verschoben)
139            P(k) = (normpdf(log10(N_verschoben(k)), 0, ...
140                s_log(j)));
141        end
142        P_Kombi(j)=prod(P);
143    end

```

Abbildung A.3.: Matlabfunktion bilinear_PSWT_MaxiLi
... (Fortsetzung)

```

143         % Bestimmen der Kombination mit der groessten
144         % Uebereinstimmenswahrscheinlichkeit ("Maximum Likelihood")
145         [~, index]=max(P_Kombi);
146
147         % Uebergabe der P-WL-Parameter mit der aktuell groessten
148         % Uebereinstimmenswahrscheinlichkeit an den naechsten
149         % Iterationsschritt
150         d1=Kombi(index,1);
151         d2=Kombi(index,2);
152         P_Stuetz=Kombi(index,3);
153         % Abbruchkriterium setzen
154         if index==1 %Wenn index==1 dann gibt es im aktuellen
155                     % Iterationsschritt keine neue Kombination mit
156                     % einer hoeheren Uebereinstimmenswahrschein-
157                     % lichkeit als im letzten
158             Abbruch=true;
159         end
160         if i>1000 %Zu viele Iterationsschritte
161             Abbruch=true;
162         end
163
164         % Zaehler der Iterationen hochsetzen
165         i=i+1;
166     end
167     %%%% Hauptalgorithmus Ende %%%%
168
169     % Plausibilitaetscheck und Fehlermeldungen
170     if i>1000 % Es wurden zu viele Iterationsschritte benoetigt
171         display('Die Iteration wurde abgebrochen, da mehr als ...
172                1000 Schritte benoetigt wurden!');
173         d1=1;
174         d2=1;
175         P_Stuetz=-1;
176     else if d1>=0 || d2>=0 || P_Stuetz<=0
177         % Die Berechnung hat unplausible Werte geliefert.
178         display('Die Berechnung liefert unplausible Werte!');
179         d1=1;
180         d2=1;
181         P_Stuetz=-1;
182     else % erfolgreiche Berechnung
183         display(['Die Berechnung wurde mit ' int2str(i) ' ...
184                Iterationsschritten erfolgreich abgeschlossen!']);
185     end
186 end
end
end

```

Abbildung A.4.: Matlabfunktion bilinear_PSWT_MaxiLi
... (Fortsetzung)

B. Gewichtungsmatrizen und Biaswerte für die Künstlichen Neuronale Netze

Die in *Abbildung B.1* bis *Abbildung B.20* dargestellten Matrizen und Vektoren beinhalten die für die Abschätzung zyklischer Kennwerte mithilfe von Künstlichen Neuronalen Netzen benötigten Gewichte und Biaswerte für die favorisierte Variante 12 aus Kapitel 8.4. Wie die Matrizen und Vektoren zur Abschätzung zyklischer Kennwerte zu verrechnen sind, ist in Kapitel 8.4 angegeben.

$$w_I = \begin{pmatrix} -2,00411 & -0,56812 & -1,39079 \\ 3,32189 & -1,74356 & 1,02521 \\ -3,31381 & 1,78230 & 0,93071 \\ -1,20332 & -3,22495 & -0,92092 \\ -0,96602 & -0,35683 & 2,63737 \\ -2,37822 & -0,23468 & 0,31934 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 2,57818 \\ -0,98308 \\ 1,29232 \\ -1,50136 \\ -1,90156 \\ -2,69488 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -0,20466 & 1,05822 & -0,03191 & 1,22435 & -0,99857 & -0,83107 \\ 1,14144 & -1,14557 & 1,05259 & -0,61152 & 1,92433 & -0,09167 \\ 0,72353 & -0,54651 & -0,41636 & -1,35440 & 0,56617 & -0,14593 \\ -0,55114 & -2,98206 & 1,44705 & -0,09694 & -0,81677 & -0,40956 \\ -1,31488 & 0,35933 & -1,33978 & 1,13747 & -1,25630 & -0,88890 \\ 0,80572 & 0,74339 & 1,14116 & -1,34874 & 0,87623 & 0,29074 \\ -1,29112 & -1,71560 & -0,66053 & -0,26588 & -1,47730 & -0,30234 \\ -0,05358 & -1,03212 & 2,67248 & -2,40573 & 1,55551 & 1,10201 \\ -0,92161 & -0,38290 & -0,88675 & 0,98587 & -0,66853 & 0,99815 \\ -0,72987 & 0,01175 & -0,40227 & -1,19765 & 1,38842 & 0,16759 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,16020 \\ -1,18149 \\ -1,42443 \\ 0,93576 \\ 0,50827 \\ 0,43562 \\ -0,69965 \\ 0,41615 \\ -1,62330 \\ -2,08953 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (0,56028 \quad -0,86042 \quad 0,54038 \quad -1,58163 \quad 1,19148 \quad -0,61345 \quad -0,77109 \quad 1,43154 \quad -0,14956 \quad -0,04056), \\ b_{III} = 0,49359$$

$$\text{norm}_a = 206,845, \text{norm}_b = 217,755$$

Abbildung B.1.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenpielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00200$

$$w_I = \begin{pmatrix} 0,52290 & -2,76883 & 0,75869 \\ 0,20946 & 4,66199 & 1,80908 \\ 2,76981 & -2,87353 & -4,80894 \\ -2,18135 & -3,42541 & 3,70850 \\ -0,79455 & -0,15702 & 2,35090 \\ 3,35203 & 1,14249 & -3,13956 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -2,43524 \\ 1,82485 \\ -1,07703 \\ 2,18301 \\ 1,47539 \\ 4,38125 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -1,08794 & 1,85599 & 0,68662 & -2,66396 & 1,75304 \\ -1,01172 & -0,13637 & -0,44591 & 0,40079 & 0,12157 \\ -0,49761 & -2,36664 & 0,05078 & -0,25398 & 1,43844 \\ -0,51312 & 0,65294 & 0,28442 & -3,37141 & 3,36879 \\ -3,56851 & 1,27449 & -2,71263 & -2,68143 & -0,46139 \\ -0,44555 & -0,58314 & 0,11295 & -1,35793 & -1,58379 \\ -0,26915 & -0,53301 & -0,08049 & -0,46121 & 0,72697 \\ 0,57763 & -0,56472 & 0,52291 & -0,53745 & 0,84983 \\ 1,03603 & 4,15197 & 0,09045 & 3,13469 & -1,78592 \\ 0,78992 & 1,55878 & 2,36750 & 1,12746 & 4,18221 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 1,32106 \\ 1,34175 \\ 1,48457 \\ 1,69413 \\ 0,37049 \\ 0,58724 \\ 2,67512 \\ 1,11910 \\ 2,68829 \\ -1,18329 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (0,55444 \quad 0,48065 \quad -0,41458 \quad -2,25430 \quad -0,27228 \quad 0,16408 \quad 0,24331 \quad -0,25376 \quad 1,47552 \quad 0,07303),$$

$$b_{III} = 0,86774$$

$$\text{norm}_a = 131,12, \text{norm}_b = 281,12$$

Abbildung B.2.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00200$

$$w_I = \begin{pmatrix} -2, 10729 & -2, 29676 & 2, 45498 \\ 0, 84559 & -1, 10753 & 2, 11784 \\ -2, 79854 & 2, 94753 & -0, 00517 \\ -2, 57199 & -2, 33732 & -1, 56188 \\ -0, 74344 & -3, 41141 & 0, 80270 \\ 1, 24891 & 1, 93519 & 0, 65582 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 3, 28917 \\ -0, 90584 \\ 0, 26482 \\ 0, 00532 \\ -1, 17473 \\ 2, 14542 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -0, 40854 & -0, 29871 & -1, 44580 & -0, 22579 & 0, 94272 & -1, 00074 \\ 1, 54329 & -1, 28451 & -1, 49751 & -2, 00585 & -1, 07894 & -0, 69393 \\ -2, 18891 & -0, 34413 & -0, 46454 & -0, 79775 & 0, 48887 & 0, 17188 \\ 1, 55562 & 0, 04191 & 1, 23666 & 0, 39663 & -0, 09046 & -1, 29075 \\ 0, 43825 & 1, 05268 & -0, 95470 & 0, 24633 & -0, 88619 & 1, 40502 \\ 1, 24151 & 0, 60821 & 2, 12837 & 0, 92963 & -0, 37272 & 0, 17654 \\ -1, 11231 & 0, 97070 & -0, 19448 & -0, 44590 & -0, 10172 & 1, 05830 \\ 0, 27820 & -0, 77529 & 1, 36569 & 1, 14307 & 1, 59750 & -1, 01214 \\ 1, 44940 & 0, 29593 & -0, 09687 & -0, 06831 & -1, 36888 & 0, 26147 \\ -0, 66280 & 0, 74852 & -0, 56422 & 1, 73022 & 0, 48771 & -0, 46790 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2, 04465 \\ -2, 02214 \\ 1, 50028 \\ -0, 91332 \\ 0, 43184 \\ 0, 78339 \\ -0, 98317 \\ 1, 20024 \\ 1, 65923 \\ 2, 26669 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = \begin{pmatrix} 0, 10770 & -1, 50334 & -1, 66284 & -0, 41772 & -0, 36616 & -1, 14919 & -0, 71521 & -1, 75566 & -0, 43521 & -0, 99226 \end{pmatrix}, \\ b_{III} = 0, 22746$$

$$\text{norm}_a = 246,351, \text{norm}_b = 253,050$$

Abbildung B.3.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00239$

$$w_I = \begin{pmatrix} -1,38160 & -2,29845 & 0,40171 \\ -0,35862 & -1,00204 & 3,45189 \\ 1,77285 & 2,33636 & 0,11449 \\ 0,49433 & -3,65686 & 0,40473 \\ 3,24544 & -0,16931 & -0,04013 \\ 1,41738 & 1,52855 & 2,31611 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 2,35496 \\ 2,33507 \\ -0,11776 \\ -0,97679 \\ 1,54603 \\ 3,57841 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -0,84934 & -0,86206 & -1,27256 & 2,99360 & -0,35166 \\ 1,10662 & 0,17886 & -1,21858 & 1,56779 & 0,87799 \\ -0,69956 & 1,46307 & -0,71473 & 1,17431 & -0,47094 \\ -0,53200 & -2,01624 & -0,70866 & 0,81751 & -0,05922 \\ 0,91475 & -1,47522 & 0,21997 & 0,75939 & 1,14026 \\ -0,86901 & 1,09251 & 0,58280 & -0,28925 & -1,20335 \\ -0,16406 & -1,67356 & 0,07843 & -0,19120 & 1,11083 \\ -1,13719 & -1,13053 & -0,14581 & 0,88914 & -0,64175 \\ 0,72098 & -0,24301 & 1,76560 & -1,99226 & -0,51954 \\ 0,25945 & -0,52677 & -1,86873 & -0,39399 & 0,27861 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,49007 \\ -1,38292 \\ 1,59437 \\ 0,59794 \\ -0,01703 \\ -0,09925 \\ -0,76548 \\ -1,24137 \\ 1,62793 \\ 2,03751 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = \begin{pmatrix} -1,04701 & -0,79903 & 1,44434 & 0,62239 & 1,23193 & -0,08548 & -0,76600 & 1,47578 & 0,62404 & 0,16047 \end{pmatrix},$$

$$b_{III} = -0,04906$$

$$\text{norm}_a = 165,36, \text{norm}_b = 327,36$$

Abbildung B.4.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00239$

$$w_I = \begin{pmatrix} 0,52922 & 3,62917 & -0,69659 \\ -1,34083 & 2,82020 & 0,14336 \\ 2,58331 & 0,13596 & 1,01865 \\ 0,50588 & -0,97023 & -2,93492 \\ 1,51257 & 1,73546 & -0,17042 \\ -1,81066 & -0,53761 & -0,58571 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -2,26967 \\ 0,88660 \\ -1,04981 \\ -1,02014 \\ 0,71062 \\ -2,99514 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} 0,45386 & -0,84072 & 1,32659 & -1,54872 & -0,85375 & -0,77395 \\ 0,96039 & -0,42113 & 1,51187 & -0,29416 & -0,16358 & 0,86179 \\ 1,03586 & -1,06340 & 0,17300 & 0,19554 & -0,89660 & 1,10389 \\ -0,93396 & -1,90271 & 0,17589 & -0,81457 & 1,01813 & 1,14603 \\ 0,92259 & -0,20739 & 1,52074 & 1,37766 & 0,37960 & -0,65316 \\ 1,18879 & -0,01177 & -0,87998 & -0,94482 & 0,06337 & 1,00613 \\ -0,92555 & -0,68644 & 1,32686 & 0,13980 & -0,40793 & -1,45506 \\ -1,06930 & -0,75772 & -1,35712 & -1,52050 & -0,41457 & -0,73082 \\ 0,00064 & -0,39635 & -0,97652 & 1,59467 & 0,17159 & -0,09557 \\ -1,73137 & 1,30393 & 1,26796 & 0,63708 & 1,19654 & 1,08966 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,18902 \\ -1,60836 \\ -1,17488 \\ 0,41787 \\ -0,69921 \\ 0,09904 \\ -0,13373 \\ -1,45788 \\ 1,48726 \\ -2,25968 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (0,68693 \quad 0,41430 \quad 1,50295 \quad 0,10444 \quad -0,88402 \quad -0,36568 \quad -0,55093 \quad -1,34245 \quad -0,46748 \quad -1,66789),$$

$$b_{III} = -0,30139$$

$$\text{norm}_a = 206,741, \text{norm}_b = 209,359$$

Abbildung B.5.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00286$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} -1,90734 & -2,80350 & 0,50873 \\ 2,22486 & -3,72492 & -1,40930 \\ 5,20513 & 0,62454 & -2,20783 \\ -1,49066 & -0,68792 & 3,83309 \\ 1,46928 & 2,48658 & -3,55298 \\ -4,73855 & 0,23348 & -0,90202 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 0,29132 \\ -2,22608 \\ -0,45640 \\ -1,20938 \\ -2,09902 \\ -1,96968 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} 0,88652 & 1,29311 & 1,46398 & 0,27301 & 1,44230 \\ -2,33453 & 0,92213 & -1,58597 & 0,04369 & -0,46579 \\ 0,23908 & 1,86828 & 0,84531 & 0,09247 & -1,21652 \\ 1,23351 & -1,18866 & -0,46658 & -1,11455 & -0,91293 \\ -0,47787 & -1,16695 & 1,38333 & 0,57845 & 0,02065 \\ -0,06079 & 1,83251 & 1,50642 & 0,10776 & 1,21140 \\ -1,51940 & 1,35926 & -0,77145 & 0,16453 & -0,20718 \\ 1,03186 & -1,16765 & -0,24155 & -0,94970 & -0,29993 \\ -0,43136 & -0,45696 & 2,36861 & 1,08216 & -0,53565 \\ 0,81137 & -1,18313 & -0,37644 & -1,38410 & 0,05233 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -2,14937 \\ 1,32302 \\ -1,25746 \\ 0,16563 \\ 0,27741 \\ 0,13415 \\ -1,98846 \\ -1,39078 \\ 0,14312 \\ -0,86440 \\ -0,92103 \\ -2,15938 \\ 2,04010 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} -1,46362 & -1,66804 & 1,29730 & -1,37008 & -0,64191 & -1,37608 & 0,13415 & 0,19383 & 1,97136 & 0,35941 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= 0,88995 \\
\text{norm}_a &= 205,88, \text{norm}_b = 379,88
\end{aligned}$$

Abbildung B.6.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00286$

$$w_I = \begin{pmatrix} -7,06819 & -5,68454 & 5,39687 \\ 5,49923 & -2,85688 & -8,64806 \\ 1,07688 & 1,74513 & 6,89229 \\ 0,08759 & 3,29992 & -0,06341 \\ -2,54879 & 1,70590 & -1,22499 \\ 0,31060 & 3,35486 & -2,60934 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 3,03378 \\ 1,55252 \\ -4,30994 \\ -1,90548 \\ 0,74586 \\ -3,11684 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} 1,00176 & 1,33319 & 0,44653 & -0,79203 & 0,90453 & 0,60736 \\ 0,06059 & 2,53910 & 2,89554 & 2,21278 & 1,66279 & 2,70422 \\ -0,74019 & 1,61886 & 0,58434 & 5,65596 & -0,47383 & 0,53427 \\ 1,52102 & 2,01334 & -0,32098 & 1,95331 & -2,84305 & -1,24635 \\ -1,77597 & 3,50924 & 3,80578 & -0,91935 & -0,22115 & -1,09742 \\ -2,76151 & -0,30201 & 0,39183 & 1,12713 & 2,15408 & 1,01123 \\ 4,57576 & -6,71903 & -2,90574 & 4,05808 & -4,69316 & -4,78189 \\ -1,25899 & 0,24606 & 1,28518 & -0,47484 & 1,48131 & -1,20221 \\ 1,72542 & -2,75809 & -2,03192 & -0,20064 & -1,57658 & -0,86991 \\ 0,80035 & -0,44418 & -0,04228 & 0,45599 & -1,71801 & -1,47482 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -1,63122 \\ -4,20102 \\ 0,17195 \\ -1,50921 \\ 0,82791 \\ -1,87076 \\ 3,20479 \\ -1,27799 \\ -1,44295 \\ 1,63865 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (-0,01766 \quad 1,53943 \quad 0,97882 \quad 0,79582 \quad -1,13487 \quad 1,06458 \quad -0,36802 \quad 0,23154 \quad -0,93001 \quad 1,51241),$$

$$b_{III} = 2,30568$$

$$\text{norm}_a = 48,260, \text{norm}_b = 49,551$$

Abbildung B.7.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingungszahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00342$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} 0,48507 & 1,84998 & 1,03156 \\ 0,92352 & 2,02528 & -0,13815 \\ -1,96829 & -1,34424 & 5,07851 \\ 3,42370 & -1,26394 & -0,17809 \\ -2,75719 & 2,21992 & 2,42111 \\ 1,50276 & 0,16824 & -0,41466 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 0,99633 \\ -0,61996 \\ 2,55174 \\ 1,88733 \\ -3,64181 \\ 2,67441 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} -1,27900 & -0,64569 & 1,38389 & -0,34619 & 0,01145 & 1,64041 \\ 0,22839 & -2,98364 & -0,69984 & 0,20224 & -0,35702 & -1,61661 \\ -2,04826 & 0,13107 & 2,41748 & 2,03616 & 0,71015 & 1,02149 \\ -2,13104 & 1,66311 & 1,85426 & -0,08021 & 1,62438 & 0,07576 \\ 0,92735 & 0,72088 & -1,29636 & 0,03170 & 1,31362 & 0,65240 \\ -1,58342 & -0,81825 & -0,86975 & 0,22262 & -0,79581 & -0,03347 \\ 0,38998 & 2,19660 & 1,02443 & 0,97352 & 1,27671 & -0,98159 \\ -1,12038 & -0,07024 & 0,47660 & -1,48505 & -0,84191 & -0,52626 \\ 1,14659 & -1,58361 & 0,38997 & -1,16405 & 0,30140 & 0,83090 \\ -2,34389 & -1,16790 & -2,42185 & 0,17631 & -1,15152 & 1,24001 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,60441 \\ -1,76186 \\ 1,05228 \\ 0,07750 \\ 0,02944 \\ 0,19647 \\ 1,09338 \\ -1,83450 \\ -0,87949 \\ -1,84757 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= (-0,86194 \quad -1,34080 \quad -0,54608 \quad -0,88313 \quad -0,65863 \quad -0,75809 \quad -0,88972 \quad 0,36728 \quad -1,17752 \quad -0,13744), \\
b_{III} &= -0,67146 \\
\text{norm}_a &= 249,74, \text{norm}_b = 436,74
\end{aligned}$$

Abbildung B.8.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00342$

$$w_I = \begin{pmatrix} -0,05539 & 0,17059 & -1,17589 \\ 0,45726 & -0,63099 & 0,10791 \\ 1,34055 & -0,65818 & 2,00527 \\ 0,67092 & -0,83853 & 0,83829 \\ 1,93673 & 2,65183 & -2,12754 \\ -2,34023 & 3,29761 & 0,45159 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 5,91442 \\ -0,72035 \\ 0,54823 \\ -1,71753 \\ -0,62483 \\ 0,49496 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} 1,25703 & 2,42362 & -0,63413 & -0,70950 & 0,11264 & -1,23482 \\ 1,48416 & -3,82262 & 0,75032 & 2,63690 & 0,38751 & -2,24046 \\ 0,53874 & -0,16215 & 0,02587 & 2,43725 & -1,02558 & 0,88503 \\ -0,19340 & 3,11008 & -2,82973 & 0,55969 & 1,64547 & 3,13256 \\ -0,18423 & -1,95890 & -1,67963 & -1,64617 & -1,62406 & -0,28348 \\ -1,32832 & -2,03783 & 1,03123 & -3,39092 & 2,00026 & 2,54986 \\ 1,47708 & -3,41732 & 0,98719 & 2,79596 & -0,76695 & -0,33111 \\ 1,34145 & -1,37900 & -1,68766 & -1,19863 & 1,80315 & 0,54516 \\ -1,48664 & -4,40886 & 2,07646 & -4,70348 & -0,31668 & 0,94408 \\ 0,18548 & -0,41762 & -0,06883 & 0,89034 & -2,10544 & -2,75858 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -0,87891 \\ -0,75264 \\ -0,03868 \\ -1,85658 \\ -0,79278 \\ -0,42323 \\ 1,13577 \\ 1,49946 \\ -0,07330 \\ -2,11550 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (1,27316 \quad -1,45107 \quad -0,62552 \quad 1,17300 \quad -1,22731 \quad 2,20420 \quad 0,27602 \quad -1,19696 \quad -0,32099 \quad 2,19503),$$

$$b_{III} = 2,96062$$

$$\text{norm}_a = 15,356, \text{norm}_b = 16,123$$

Abbildung B.9.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00409$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} 2,36746 & 0,15468 & 1,49460 \\ 3,67528 & -0,60840 & -2,29916 \\ 4,18929 & 4,34408 & -2,49516 \\ 1,02400 & 0,53766 & 0,28785 \\ -0,72590 & -0,45137 & -2,12420 \\ -0,98163 & -1,09977 & -1,76060 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -2,36094 \\ -2,63886 \\ -0,58277 \\ 0,22565 \\ -1,48324 \\ -3,20572 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} 0,24968 & 1,82299 & 1,62627 & 0,37360 & -1,13422 & 1,05878 \\ -1,21265 & 1,82800 & -2,58023 & -1,80219 & 0,43624 & 0,20436 \\ 0,41542 & -1,50210 & 0,04219 & 0,74337 & -0,48679 & 0,06480 \\ 0,12305 & 1,38391 & -0,66904 & 2,38542 & 1,63559 & -0,43128 \\ 1,68679 & -0,53838 & 0,22972 & 0,04061 & 1,17242 & 1,14748 \\ -1,35356 & 0,23270 & -1,55199 & 1,96194 & 0,00154 & 0,22713 \\ -0,76998 & -0,50106 & 0,43762 & 0,06821 & -0,44009 & 0,13199 \\ -0,60647 & 1,39647 & -0,20981 & -0,38042 & 0,34750 & 1,36577 \\ -0,44219 & 1,28499 & 1,31511 & 0,81199 & -1,17726 & 1,10253 \\ -1,41652 & -0,54530 & 0,00657 & -0,09098 & 1,20789 & -1,40707 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -2,49545 \\ 1,87677 \\ -1,41003 \\ 0,41884 \\ -0,79974 \\ -0,23211 \\ -0,91507 \\ -1,29420 \\ -2,03238 \\ -1,73524 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} 1,63118 & -0,91177 & 0,40648 & 1,26328 & -0,27217 & 1,57287 & 0,90544 & 0,57308 & -1,44003 & 1,13335 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= -0,03326 \\
\text{norm}_a &= 286,28, \text{norm}_b = 486,28
\end{aligned}$$

Abbildung B.10.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00409$

$$w_I = \begin{pmatrix} 2, 61758 & -1, 70983 & -2, 39414 \\ 0, 57524 & 2, 54953 & 0, 86913 \\ -4, 08771 & 0, 94832 & 1, 76652 \\ -1, 37684 & 2, 28586 & -1, 12020 \\ 0, 18659 & -1, 61577 & -2, 77413 \\ -3, 41994 & -1, 50649 & -3, 41494 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -1, 50000 \\ -2, 01935 \\ 0, 69091 \\ -0, 02928 \\ 1, 63502 \\ -1, 57034 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -0, 22637 & -0, 45756 & -1, 33418 & 1, 96514 & 0, 03419 & 1, 08890 \\ -0, 52797 & 1, 04731 & -0, 24637 & 1, 06687 & 0, 94149 & -1, 26607 \\ 1, 50443 & 0, 15736 & -0, 98107 & 0, 12890 & -0, 70391 & 0, 01769 \\ 0, 58230 & 1, 81630 & -0, 53813 & -1, 39013 & 0, 67630 & 0, 34141 \\ -1, 51103 & -0, 96337 & -0, 05912 & -0, 80738 & 1, 34524 & 0, 40139 \\ -2, 06366 & 0, 79736 & 0, 82039 & -1, 85341 & 1, 29740 & -1, 72846 \\ -0, 53526 & -0, 20079 & -1, 71037 & -1, 16643 & 0, 87186 & -1, 40694 \\ 1, 32514 & -1, 33765 & -3, 09803 & -1, 81900 & -0, 80998 & 1, 21631 \\ -1, 55221 & -0, 00313 & 0, 12763 & 1, 03062 & -0, 64584 & 1, 97288 \\ -1, 92769 & 0, 32031 & 2, 40876 & 1, 87906 & 0, 83341 & -0, 18433 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -1, 59849 \\ 1, 41530 \\ -1, 14347 \\ 0, 52974 \\ 0, 76053 \\ 0, 30089 \\ -0, 56668 \\ 1, 23650 \\ -1, 77383 \\ -2, 56474 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (1, 25954 \quad 0, 52402 \quad 1, 23221 \quad 1, 04607 \quad 1, 11322 \quad 1, 28205 \quad -0, 62974 \quad -1, 70269 \quad 0, 82080 \quad -1, 98908),$$

$$b_{III} = 0, 15438$$

$$\text{norm}_a = 7,221, \text{norm}_b = 7,729$$

Abbildung B.11.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenspielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00489$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} -3,42230 & -1,72094 & 4,23803 \\ -3,19704 & -1,50679 & -0,81878 \\ 2,31321 & 2,83785 & 2,46590 \\ -4,98449 & -1,40235 & 1,19845 \\ -4,36009 & 4,32252 & 0,59481 \\ -0,88742 & -2,82429 & -0,52484 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 3,95105 \\ 2,42076 \\ -0,63577 \\ -1,73765 \\ 1,96359 \\ -1,52174 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} 3,65234 & -0,90667 & 0,25664 & 2,26703 & 1,67994 & -1,88898 \\ -0,21441 & 2,44305 & -2,92137 & 1,82136 & -2,28637 & 1,56001 \\ 2,22918 & -0,13981 & 1,60909 & -0,97195 & 1,74146 & -1,34637 \\ -1,02411 & 1,47508 & 1,70620 & -0,63822 & -1,74233 & 0,51826 \\ -1,71383 & 0,31802 & 2,63429 & -0,23504 & 1,97539 & -0,36359 \\ 0,11197 & 1,12470 & 1,84532 & 0,46194 & -2,35829 & -1,72928 \\ -1,87635 & 0,24598 & 0,36116 & 1,29843 & -0,06028 & 1,35395 \\ 0,29541 & -0,81277 & 2,50119 & -0,61086 & -2,04208 & 0,31144 \\ -2,03797 & -1,11090 & -0,01769 & 0,05830 & 0,11654 & 0,42069 \\ 0,92948 & 0,51191 & -0,48039 & 0,86324 & 2,48941 & 1,95994 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -1,08854 \\ 0,18683 \\ -1,97636 \\ -0,26747 \\ 1,34661 \\ -0,14059 \\ -1,02110 \\ 2,55743 \\ -1,19273 \\ 0,92529 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} -1,00144 & -1,14560 & 0,23372 & 0,85477 & -1,06939 & 1,86533 & -0,91133 & -1,90149 & 1,24907 & 1,50831 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= 0,45611 \\
\text{norm}_a &= 312,05, \text{norm}_b = 526,05
\end{aligned}$$

Abbildung B.12.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00489$

$$w_I = \begin{pmatrix} 0, 17661 & -1, 28940 & 0, 84530 \\ 3, 00731 & 2, 15795 & 2, 03842 \\ -4, 87758 & 1, 29967 & -1, 82832 \\ 4, 40506 & 1, 22809 & -4, 39916 \\ 2, 47158 & 1, 32114 & 2, 30562 \\ 0, 02711 & 2, 14687 & 3, 17172 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -1, 91100 \\ -1, 34175 \\ 0, 01969 \\ 0, 69330 \\ 1, 92810 \\ 2, 40709 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -1, 79270 & 0, 48817 & 2, 41641 & -1, 86697 & -1, 64226 & -0, 79670 \\ -0, 82627 & -1, 04584 & -0, 61033 & -1, 02583 & 0, 77456 & -0, 03689 \\ 0, 19452 & 4, 38314 & -0, 35343 & -0, 18609 & -0, 97731 & -0, 70054 \\ -1, 73757 & 0, 89319 & 3, 21671 & -1, 12205 & 0, 72058 & -0, 96420 \\ -1, 46037 & -0, 42328 & -2, 62293 & 3, 90926 & 0, 68369 & -1, 88630 \\ -0, 94668 & 0, 28988 & 0, 88613 & 0, 74506 & 0, 11737 & 1, 51662 \\ 0, 79522 & 0, 10356 & -0, 64465 & -2, 19029 & 1, 46544 & 0, 42300 \\ 0, 91110 & 2, 09597 & -0, 15923 & 1, 11647 & -0, 48186 & 0, 81191 \\ -1, 39101 & -1, 55928 & -0, 51609 & -1, 46151 & 0, 31525 & -0, 83878 \\ 0, 06023 & -1, 63788 & 1, 95829 & 3, 87157 & -2, 09202 & -1, 26798 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 3, 12981 \\ 1, 75477 \\ 0, 36212 \\ 2, 03673 \\ 1, 05075 \\ -0, 55483 \\ 1, 27370 \\ 0, 95931 \\ -1, 75195 \\ -2, 65467 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (2, 27844 \quad -0, 00763 \quad 0, 75313 \quad -2, 19194 \quad 0, 94857 \quad 1, 48029 \quad -2, 64897 \quad 0, 64604 \quad 1, 64435 \quad -2, 26883),$$

$$b_{III} = -0, 57870$$

$$\text{norm}_a = 3,555, \text{norm}_b = 3,914$$

Abbildung B.13.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenspielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00585$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} -3,65419 & -8,88966 & 5,22595 \\ 1,75940 & 3,26632 & -2,94919 \\ 5,55707 & -3,83785 & -3,52723 \\ -5,45391 & 1,62961 & 1,96461 \\ -2,98175 & -3,88505 & 1,58886 \\ 2,12227 & 0,79110 & -3,07237 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -4,61774 \\ 2,61075 \\ -4,92075 \\ -2,29489 \\ 0,48594 \\ -3,41930 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} 1,32077 & -1,49943 & -1,18633 & 1,45552 & 1,71993 & -1,25740 \\ 0,69674 & -0,15153 & -1,52906 & -0,57208 & 0,38446 & -0,42270 \\ 1,41015 & 0,56427 & 0,27544 & 0,48352 & 1,01997 & 1,09753 \\ -0,38926 & 2,49524 & 3,00835 & -0,93327 & -2,92247 & 0,72438 \\ -0,79459 & -1,25773 & -2,18895 & -3,31337 & -1,88431 & 0,36596 \\ -1,91860 & 0,48861 & 3,11264 & 1,25737 & -2,04600 & 4,83461 \\ -1,17230 & -0,85934 & -1,95623 & 0,21753 & 0,38832 & 2,60542 \\ -1,50876 & -1,13663 & 1,59513 & -1,04235 & -4,36114 & -0,70269 \\ -0,95918 & -0,43745 & -1,99049 & 2,67162 & 1,10022 & -3,94788 \\ 0,19092 & 2,13813 & -2,72965 & 0,11516 & -0,99002 & 2,99590 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -3,33071 \\ -1,48654 \\ -1,73982 \\ 0,06027 \\ -0,26445 \\ 3,20119 \\ -0,01581 \\ 4,12807 \\ 1,04977 \\ -0,18295 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} -0,65755 & 2,19546 & 0,08329 & 0,75495 & -0,25643 & 1,05316 & -0,85653 & 1,41239 & -0,69957 & -0,95530 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= 0,12059 \\
\text{norm}_a &= 331,53, \text{norm}_b = 554,53
\end{aligned}$$

Abbildung B.14.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00585$

$$w_I = \begin{pmatrix} 1,96320 & -2,37500 & 1,47289 \\ -4,54614 & 1,41733 & 0,58198 \\ 4,16076 & 0,33993 & 0,21198 \\ 0,41632 & -1,07563 & 4,24611 \\ 0,29279 & 1,00437 & -4,05001 \\ 1,40762 & -2,05612 & -0,47661 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -2,32769 \\ 1,27187 \\ -0,38301 \\ 0,72135 \\ 3,01856 \\ 2,73149 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} 1,39198 & -0,47233 & -1,29244 & 0,57508 & -0,83997 & 0,73378 \\ -0,86531 & 1,30980 & -0,46621 & -0,84861 & 0,84681 & -0,22372 \\ -1,24530 & -0,23007 & 2,13919 & -2,05871 & -1,21698 & 0,10497 \\ -1,28186 & 2,03660 & -1,66301 & 1,35134 & 1,02208 & 0,22198 \\ 0,47865 & -2,62380 & 0,49889 & 1,30711 & 0,99005 & -0,86596 \\ -1,91812 & 0,45939 & -0,86509 & -0,10821 & 0,38458 & -1,14562 \\ 1,01532 & 0,44509 & -0,12386 & 1,16946 & -0,13207 & -0,95589 \\ -0,82997 & 2,14709 & 0,50784 & 1,82194 & -0,72651 & -0,59659 \\ 1,01631 & 1,63447 & -1,12837 & 1,24052 & -1,77563 & -1,35956 \\ -0,90569 & 0,24515 & -1,79689 & 0,36291 & 0,60104 & -0,43331 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -2,01488 \\ 1,56202 \\ 1,94460 \\ 1,06921 \\ -0,43866 \\ -0,19714 \\ 0,59943 \\ 0,56387 \\ 1,16789 \\ -1,76821 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (0,78720 \quad 0,53429 \quad -2,06752 \quad 1,39647 \quad 1,18707 \quad -0,90799 \quad 0,60290 \quad -1,41078 \quad -1,51698 \quad 0,48789),$$

$$b_{III} = 0,17792$$

$$\text{norm}_a = 2,434, \text{norm}_b = 2,700$$

Abbildung B.15.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingspielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00699$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} 2,13701 & 3,91387 & 5,52900 \\ -1,40783 & 6,27545 & 0,15684 \\ -1,75227 & -1,89031 & -0,25116 \\ -10,10560 & -6,49470 & 4,89041 \\ 2,83452 & -0,07642 & -4,40020 \\ 4,60587 & 0,65595 & -7,10999 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 1,70653 \\ -1,67236 \\ -1,28372 \\ -5,56327 \\ -0,22386 \\ -4,65739 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} -0,26504 & -0,73225 & -0,39273 & -1,34856 & -2,18978 \\ 5,21511 & -0,79051 & 1,17930 & 3,67951 & 6,44559 \\ -0,53701 & 4,25404 & -1,83380 & 0,72699 & -0,16667 \\ -1,24903 & -0,25912 & -2,98726 & -0,00138 & 4,51285 \\ 3,19315 & 6,13376 & -0,72217 & 2,51418 & -2,29030 \\ 1,49914 & -0,80864 & -2,30234 & 0,57646 & 2,99134 \\ 3,75624 & -0,51770 & -6,92877 & -2,37836 & 2,12110 \\ -1,78526 & -2,92638 & 3,29283 & 3,71506 & -2,62429 \\ 2,12207 & -4,24012 & -2,24336 & -3,53679 & -0,51328 \\ 2,03156 & 2,04056 & 8,75394 & -2,28995 & -0,61810 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,80273 \\ 1,88128 \\ 3,55958 \\ -0,16957 \\ -0,37248 \\ -2,62262 \\ 3,02486 \\ -4,52560 \\ 1,18750 \\ 0,54011 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} -0,73595 & 0,23747 & 0,61353 & 0,04170 & -0,58656 & 0,34418 & 0,03440 & -0,04914 & 0,12352 & 0,29261 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= -0,70788 \\
\text{norm}_a &= 346,26, \text{norm}_b = 579,26
\end{aligned}$$

Abbildung B.16.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00699$

$$w_I = \begin{pmatrix} -3,58162 & 3,24625 & 1,78571 \\ -0,62943 & 1,03949 & 3,52215 \\ 1,40082 & 0,85056 & -0,09593 \\ -3,05124 & -0,16161 & 2,40388 \\ -2,94650 & -1,21059 & 2,93097 \\ -2,51415 & -1,73661 & 1,07304 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 0,96126 \\ 2,34687 \\ -0,62732 \\ 0,31765 \\ -3,32691 \\ -3,40202 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} 1,01128 & -1,33341 & -0,71708 & -0,15102 & 1,78779 & -0,24170 \\ -1,84325 & 1,44272 & 1,54864 & 1,03933 & 1,79911 & -1,07309 \\ -1,28469 & 0,94631 & 1,73137 & -3,12319 & -0,33381 & 0,26263 \\ 2,16928 & -1,92106 & 1,78590 & 0,80562 & 1,04398 & 1,16099 \\ 1,20676 & 0,42904 & 0,97415 & 0,91053 & 1,23052 & 1,09648 \\ -2,19495 & 1,32407 & -1,62738 & -0,31302 & 1,42400 & 1,22705 \\ 0,99759 & -1,75230 & -0,10008 & 0,40905 & -1,80836 & 0,21646 \\ 0,93870 & 0,27504 & -1,50751 & 1,11702 & -1,06734 & -0,85990 \\ -3,37810 & -0,80560 & -0,43784 & 0,81966 & 1,71790 & -1,51305 \\ -0,39037 & -1,28272 & 1,78958 & -0,92921 & 0,38215 & 0,07949 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} -1,93610 \\ 1,79592 \\ -0,01615 \\ -0,70859 \\ -0,44237 \\ -1,41636 \\ 0,64075 \\ 1,68245 \\ -1,38918 \\ -2,02078 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = \begin{pmatrix} -0,15486 & -1,19275 & -0,45092 & -0,17630 & -0,73927 & -0,86351 & -1,54055 & 0,74558 & 0,59741 & 0,19751 \end{pmatrix},$$

$$b_{III} = -0,54497$$

$$\text{norm}_a = 1,684, \text{norm}_b = 1,886$$

Abbildung B.17.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingenspielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00836$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} -2,09906 & 1,67270 & -1,18566 \\ -4,08600 & 1,30582 & -1,24608 \\ -1,08543 & 2,14767 & 0,69851 \\ -0,82713 & -0,76970 & -0,08767 \\ -0,71765 & 3,75845 & 0,15568 \\ 0,01494 & -1,61675 & -0,86681 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} 2,27360 \\ 1,21296 \\ 1,01312 \\ 0,35314 \\ -0,73499 \\ -3,44603 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} -0,52892 & 0,99913 & -0,54388 & -1,99194 & -0,99898 \\ 1,10359 & 2,12059 & 0,78158 & 0,03529 & 1,25586 \\ -1,15209 & -0,63256 & -1,28808 & 1,24292 & 1,20607 \\ -1,78265 & -0,73512 & -1,19504 & 0,12762 & -0,52625 \\ 0,13329 & 1,26480 & 1,53609 & 0,47946 & -0,14000 \\ 0,82417 & -0,16758 & -1,65016 & 0,28065 & -1,60800 \\ 1,56712 & 0,10948 & -0,59040 & 0,35192 & -0,20859 \\ 0,53192 & 2,01189 & 0,47986 & -3,06559 & 1,70937 \\ 0,47229 & -2,03244 & -0,65399 & -0,08066 & -1,19547 \\ 0,64060 & -1,39084 & -0,56552 & 1,27344 & 1,78660 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 1,92297 \\ -1,48826 \\ 0,82553 \\ 0,29467 \\ -0,00710 \\ 0,61569 \\ 1,09476 \\ -0,73508 \\ 1,22938 \\ 1,50134 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= (1,18342 \quad -1,22892 \quad -0,31295 \quad -0,54317 \quad -0,85063 \quad -0,81380 \quad 0,84128 \quad 1,68402 \quad 1,04479 \quad -1,72178), \\
b_{III} &= -0,36811 \\
\text{norm}_a &= 371,10, \text{norm}_b = 614,10
\end{aligned}$$

Abbildung B.18.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,00836$

$$w_I = \begin{pmatrix} 0,24499 & 1,76041 & 1,80641 \\ 2,15233 & 3,40884 & 2,02957 \\ 3,18317 & 0,46829 & 0,66779 \\ 1,34556 & -1,91147 & 3,47937 \\ 3,68949 & 1,55738 & 0,74430 \\ 0,68840 & -2,40973 & 0,37985 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -2,56696 \\ -0,29062 \\ 0,03886 \\ 1,09387 \\ 2,44064 \\ 2,52221 \end{pmatrix}$$

$$w_{II} = \begin{pmatrix} -0,20517 & -1,71357 & -1,18549 & -0,39736 & 0,68296 & 0,49940 \\ -0,75192 & -1,16441 & 1,75651 & -1,23615 & 1,43828 & -0,37226 \\ 0,49334 & 0,37299 & -1,52727 & 1,17217 & -1,13893 & 0,58937 \\ 0,86570 & 1,25103 & -0,10731 & -0,13632 & -0,56794 & -1,25462 \\ 0,53674 & -1,19829 & 1,65946 & -1,68690 & 2,94926 & 0,30995 \\ -1,44122 & -0,38259 & -1,35931 & -2,35171 & -1,41634 & 0,26549 \\ -0,16754 & -1,54607 & -0,87155 & -0,49179 & -0,97289 & 0,17003 \\ 0,60103 & 0,13034 & -2,92509 & -1,53360 & -1,23158 & -0,55185 \\ 0,30784 & 0,85061 & -1,70614 & 0,20405 & -0,48188 & 0,95007 \\ 0,34490 & -0,76698 & -0,02110 & 1,02442 & 0,66990 & 1,58112 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 1,98044 \\ 1,71691 \\ -0,90279 \\ -0,69269 \\ -0,54099 \\ 0,23829 \\ -1,09900 \\ -1,81221 \\ 1,33789 \\ 2,72487 \end{pmatrix}$$

$$w_{III} = (-0,76111 \quad 0,66472 \quad 1,37474 \quad -0,94589 \quad 1,03023 \quad -0,28998 \quad 0,37648 \quad 1,31930 \quad -0,77969 \quad 0,35900), \\ b_{III} = 0,40999$$

$$\text{norm}_a = 1,185, \text{norm}_b = 1,320$$

Abbildung B.19.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Anrisschwingspielzahl N bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,01000$

$$\begin{aligned}
w_I &= \begin{pmatrix} 2,14239 & -3,75830 & -5,15000 \\ 4,69224 & -0,24457 & 2,77167 \\ -2,73275 & -2,84841 & -0,76697 \\ -0,30326 & 2,56350 & -1,27708 \\ 0,33805 & -0,74402 & 2,57317 \\ -1,06766 & 1,30966 & -0,46922 \end{pmatrix}, b_I = \begin{pmatrix} -0,92498 \\ -2,30943 \\ 0,70733 \\ 0,65137 \\ 1,65115 \\ -1,25052 \end{pmatrix} \\
w_{II} &= \begin{pmatrix} -1,34786 & 1,27744 & 1,87720 & 0,16051 & -0,51217 & 1,97479 \\ -0,51031 & 1,27873 & -0,13613 & 0,04724 & 1,39103 & 0,81181 \\ -0,26911 & 1,57604 & -3,09403 & -0,22112 & 3,63683 & -0,53095 \\ -0,89383 & 1,05789 & 1,29760 & 0,83086 & -0,92803 & -0,77248 \\ 0,10851 & 2,79169 & 2,69025 & -0,55198 & 0,01918 & -0,46254 \\ 1,94199 & 1,14112 & 1,71817 & 1,56279 & 3,27993 & 0,89357 \\ 0,20152 & -0,35521 & -0,66229 & 0,37584 & 0,60982 & -1,01481 \\ 0,20853 & -1,16887 & 0,11688 & 1,59567 & -0,53429 & -0,14585 \\ -1,10644 & 0,66349 & 1,25353 & 0,08218 & 1,07177 & 0,73721 \\ -2,82807 & -1,58950 & 3,17853 & -0,94679 & -1,13640 & 0,07954 \end{pmatrix}, b_{II} = \begin{pmatrix} 2,20939 \\ -2,12141 \\ 1,40793 \\ 0,52819 \\ -0,58784 \\ -1,81309 \\ 1,09541 \\ 0,92346 \\ -1,26866 \\ -2,31992 \end{pmatrix} \\
w_{III} &= \begin{pmatrix} -2,02023 & 1,26463 & 0,64202 & 2,17513 & 1,02230 & -0,84678 & -0,53861 & 1,24388 & -0,67081 & 0,24921 \end{pmatrix}, \\
b_{III} &= -0,14633 \\
\text{norm}_a &= 405,03, \text{norm}_b = 659,03
\end{aligned}$$

Abbildung B.20.: Parameter des Netzes zur Abschätzung der Spannungsamplitude σ_a bei $\varepsilon_{a,ges} = 0,01000$

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Symbole

a	Koeffizient zum Abschätzen von P -Wöhlerlinien oder Risslänge
a^*, a_1^*, a_2^*	Parameter der Regressionsgerade bzw. Regressionsebene
A_5	Bruchdehnung für eine Proportionalprobe mit dem Verhältnis $l/d = 5$
A_{80}	Bruchdehnung für eine Proportionalprobe bei Flachproben mit $l_0 = 80$ mm
A_g	Gleichmaßdehnung
a_i	Ausgabewert eines Neurons (Künstliches Neuronales Netz)
A_k	Bruchdehnung für eine Proportionalprobe mit dem Proportionalitätsverhältnis k
$A_{k,schätz}$	geschätzte Bruchdehnung
a_p, a_{pz}, a_{pd}	Mittelspannungsfaktoren im Schädigungsparameter P_B
b	zyklischer Schwingfestigkeitsexponent oder Exponent zum Abschätzen von P -Wöhlerlinien
b^*	Parameter der Regressionsgerade
b_0	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes 2006
b_i	Einträge der Biasvektoren
b_I, b_{II}, b_{III}	Biasvektoren der Künstlichen Neuronalen Netze
C	Lageparameter der Paris-Geraden
c	zyklischer Duktilitätsexponent
c_0, c_1, c_2	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
d	Neigung der P_J -Wöhlerlinie
d_1, d_2	Neigungen der P_{SWT} -Wöhlerlinie nach dem bilinearen Ansatz
E	Elastizitätsmodul
E_1, E_2	Tangentenmodule an einer Hysterese
e_i	Eingabegröße eines Neurons (Künstliche Neuronale Netze)
ET	Erwartungstreue

$F(\Phi)$	Transferfunktion eines Neurons (Künstliches Neuronales Netz)
$f_{2,5\%,P}, f_{2,5\%,N}$	Faktor zum Verschieben mittelwertkorrigierter P -Wöhlerlinien auf Ausfallwahrscheinlichkeiten von $P_A = 2, 5\%$
$f_{m,P}, f_{m,N}$	Faktor zur Mittelwertkorrektur von P -Wöhlerlinien
f_v	Werkstoffkonstante in der Method of Variable Slopes 2006
H_0	Kollektivumfang
h_i	Neuron eines Künstlichen Neuronalen Netzes
HB, HBW	Brinellhärte, Brinellhärte mit Prüfkugel aus Wolframkarbidhartmetall
I	Unregelmäßigkeit einer Beanspruchungszeitfunktion
I_i	Eingabewert eines Künstlichen Neuronalen Netzes
J	J -Integral
k	Wöhlerlinienneigung oder Proportionalitätsverhältnis von Zugproben bei der Bruchdehnung
K	statischer Festigkeitskoeffizient
K'	zyklischer Festigkeitskoeffizient
K_{ij}	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
K_t	Formzahl
L	Likelihoodfunktion
$L(t)$	Lastfolge
L_0	Anfangsmesslänge
m	logarithmischer Mittelwert
m_J	Exponent im Rissfortschrittsgesetz und der P_J -Wöhlerlinie in der Schreibweise nach Vormwald
m_N	logarithmischer Mittelwert der Quotienten $N_{\text{exp}}/N_{\text{exp},m}$ oder $N_{\text{exp}}/N_{\text{schätz}}$
m_σ	logarithmischer Mittelwert der Quotienten $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp},m}$ oder $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{schätz}}$
n	statischer Verfestigungsexponent oder Stichprobenumfang
N	(Anriss-)Schwingspielzahl
n'	zyklischer Verfestigungsexponent
N_0	Schwingspielzahl bei der Stützstelle der P_J -Wöhlerlinie

$N_{0.2}$	Schwingspielzahl bei zyklischer Dehngrenze $R'_{p0.2}$ bei der Method of variable Slopes
$N_{0\epsilon p}$	Schwingspielzahl bei der Stützstelle des plastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie in der Notation nach Hatscher
$N_{0\sigma}$	Schwingspielzahl bei der Stützstelle des elastischen Dehnungsanteils der Dehnungswöhlerlinie in der Notation nach Hatscher
N_D	Schwingspielzahl, bei der die Wöhlerlinie vom Zeitfestigkeitsbereich in den Dauerfestigkeitsbereich abknickt (Knickpunktschwingspielzahl)
N_{exp}	experimentelle Schwingspielzahl (Einzelversuch)
$N_{\text{exp,m}}$	mittlere experimentelle Schwingspielzahl
N_s	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes modified
$N_{\text{schätz}}$	geschätzte Schwingspielzahl
N_{vor}	vorgegebene Schwingspielzahl (Monte-Carlo-Simulationen)
N_Δ	Abstand der Schwingspielzahl eines Einzelversuchs von der Dehnungswöhlerlinie (in Schwingspielzahlrichtung)
O_i	Ausgabewert eines Künstlichen Neuronalen Netzes
p	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
P	Schädigungsparameter
$p(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichte für den Merkmalswert x
P_A	Ausfallwahrscheinlichkeit
P_B	Schädigungsparameter nach Bergmann
P_{eff}	Schädigungsparameter nach Nihei
P_i	Positionswahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsnetz
P_J	Schädigungsparameter nach Vormwald
$P_{J,\text{exp}}$	experimenteller Wert für den Schädigungsparameter P_J
$P_{J,0}$	Stützstelle der P_J -Wöhlerlinie
$P_{J,D,0}$	Dauerfestigkeit des nicht geschädigten Werkstoffs für den Schädigungsparameter P_J
$P_{\text{Stütz}}$	Stützstelle der bilinearen P_{SWT} -Wöhlerlinie bei $N = 10^3$
P_{SWT}	Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper

$P_{\text{SWT},1}, P_{\text{SWT},2}, P_{\text{SWT},3}$	Stützstellen der P_{SWT} -Wöhlerlinien beim bilinearen Ansatz
$P_{\text{SWT},\text{exp}}$	experimenteller Wert für den Schädigungsparameter P_{SWT}
q	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
Q	Schwingspielzahl bei $P_J = 1$ MPa in der P_J -Wöhlerlinie in der Notation nach Vormwald
$Q_{10\%}$	10%-Quantil
$Q_{90\%}$	90%-Quantil
Q_o	obere Grenze eines Konfidenzintervalls
Q_u	untere Grenze eines Konfidenzintervalls
r	Anisotropie oder Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
R	Spannungsverhältnis
R_e	Streckgrenze
R_{eH}	obere Streckgrenze
R_m	Zugfestigkeit
R_p	Fließgrenze
$R_{p,\text{schätz}}$	geschätzte Fließgrenze
$R_{p0,2}$	Ersatzstreckgrenze, 0,2%-Dehngrenze
$R'_{p0,2}$	zyklische Dehngrenze
R_z	gemittelte Rautiefe
R_ε	Dehnungsverhältnis
RPD	Rundprobendurchmesser
S	Steigung im N - N -Diagramm oder Nennspannung
S_0	Ausgangsquerschnitt
S_a	Nennspannungsamplitude
$S_{a,\text{eq}}$	schadensäquivalente Einstufenbeanspruchung
\hat{S}_a	Kollektivhöchswert
S_{aD}	dauerfest ertragbare Nennspannungsamplitude
s_{\log}	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung
$s_{\log,N}$	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung in Schwingspielzahlrichtung
$s_{\log,N,\text{vor}}$	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung in Schwingspielzahlrichtung der Grundgesamtheit

$s_{\log,\sigma}$	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung in Spannungsrichtung
$s_{\log,\sigma,\text{vor}}$	Standardabweichung der logarithmischen Normalverteilung in Spannungsrichtung der Grundgesamtheit
$s_{xx}, s_{xy}, s_{xz},$ s_{yy}, s_{yz}, s_{zz}	Varianzen in verschiedenen Richtungen bei der Regression
SG^{-1}	Kehrwert der Schätzgüte
T	Streuspanne oder Temperatur
T_N	Streuspanne in Schwingspielzahlrichtung
T_σ	Streuspanne in Spannungsrichtung
V	Amplitudenvölligkeit
w_i	Einträge der Gewichtungsmatrizen
w_I, w_{II}, w_{III}	Gewichtungsmatrizen der Künstlichen Neuronalen Netze
Z	Brucheinschnürung
α	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes
β	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes
γ	Exponent zur Berücksichtigung der Mittelspannungsempfindlichkeit beim Schädigungsparameter P_{eff} oder Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes
δ	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes
ΔJ_{eff}	Effektivwert des J -Integrals
$\Delta J_{\text{eff,th}}$	Schwellwert des Rissfortschritts
δ_m^2	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
$\Delta \varepsilon$	Dehnungsschwingweite
$\Delta \varepsilon_{\text{eff}}$	Effektivwert der Dehnungsschwingweite beim P_J
$\Delta \varepsilon_{p,\text{eff}}$	plastischer Anteil des Effektivwertes der Dehnungsschwingweite beim P_J
$\Delta \sigma_{\text{eff}}$	Effektivwert der Spannungsschwingweite beim P_J
ε	Dehnung
ε_a	Dehnungsamplitude
$\varepsilon_{a,\text{el}}$	elastischer Anteil der Dehnungsamplitude
$\varepsilon_{a,\text{ges}}$	Gesamtdehnungsamplitude
$\varepsilon_{a,\text{pl}}$	plastischer Anteil der Dehnungsamplitude

ε_{cl}	Rissschließdehnung
ε_D	dauerfest ertragbare Dehnungsamplitude
$\varepsilon_{el,\Delta}$	Abstand eines Einzelversuchs von der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Richtung der elastischen Dehnung
ε_f	wahre Bruchdehnung
ε'_f	zyklischer Duktilitätskoeffizient
ε_m	Mitteldehnung
ε_o	Oberdehnung
ε_{op}	Rissöffnungsdehnung
ε_{p0}	Stützstelle des plastischen Dehnungsanteils in der Dehnungswöhlerlinie in der Notation nach Hatscher
$\varepsilon_{pl,\Delta}$	Abstand eines Einzelversuchs von der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Richtung der plastischen Dehnung
ε_u	Unterdehnung
θ	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
κ_t	Stützpotenzial
μ	Werkstoffkonstante in der Method of Variable Slopes modified
σ_0	Stützstelle der Spannungswöhlerlinie in der Notation nach Hatscher
σ_a	Spannungsamplitude
σ_{cl}	Rissschließspannung
σ_{exp}	experimentelle Spannungsamplitude
$\sigma_{exp,m}$	experimentelle mittlere Spannungsamplitude
σ_F	Fließspannung beim Schädigungsparameter P_j
σ_f	wahre Bruchspannung
σ'_f	zyklischer Schwingfestigkeitskoeffizient
σ_m	Mittelspannung
σ_o	Oberspannung
σ_{op}	Rissöffnungsspannung
$\sigma_{schätz}$	geschätzte Spannungsamplitude
σ_u	Unterspannung
σ_{vor}	vorgegebener Spannungswert (Monte-Carlo-Simulation)

σ_{Δ}	Abstand eines Einzelversuchs von der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Richtung der Spannung
Φ	Potential eines Neurons (Künstliches Neuronales Netz)
ϕ	Werkstoffkonstante in der Method of variable Slopes modified
φ	Hilfsgröße bei der räumlichen Regression
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$	Hauptumformgrade
φ_v	Vergleichsumformgrad
χ^*	bezogenes Spannungsgefälle
Ψ	Hilfsgröße im UML

Abkürzungen

DWL	Dehnungswöhlerlinie
FKM	FKM-Methode, Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte, FKM: Forschungskuratorium Maschinenbau
FKM ⁺	FKM ⁺ -Methode, Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte, FKM: Forschungskuratorium Maschinenbau
GG	Grundgesamtheit
KNN	Künstliches Neuronales Netz
MLSS	Material Law of Steel Sheets, Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte
SDK	zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve
UML	Uniform Material Law, Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte
UML ⁺	Uniform Material Law plus, Methode zur Abschätzung zyklischer Kennwerte

Literaturverzeichnis

- [Aden 01] Adenstedt, R.: *Streuung der Schwingfestigkeit*. Dissertation TU Clausthal, 2001
- [Ahma 03] Ahmadi-Dahaj, A.: *Lebensdauerabschätzung schwingend beanspruchter metallischer Werkstoffe mittels Simulation des Mikrorisswachstums*. Dissertation TU Clausthal, 2003
- [Anth 97] Anthes, R. J.: *Ein neuartiges Kurzrissfortschrittsmodell zur Anrißlebensdauer vorhersage bei wiederholter Beanspruchung*. Dissertation TH Darmstadt, 1997
- [Arty 98] Artymiak, P.; Bukowski, L.; Feliks, J.; Narberhaus, S.; Zenner, H.: Ermittlung von Wöhlerlinien mittels künstlicher neuronaler Netze. In: *Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile*. VDI-Bericht 1442, 1998, S. 213-226
- [ASTM E606] Norm ASTM E606-04 - *Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing*.
- [ASTM E739] Norm ASTM E739-80 - *Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ϵ -N) Fatigue Data*.
- [Bäum 90] Bäuml, A. Jr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Supplement 1*. Elsevier, Amsterdam, 1990
- [Berg 77] Bergmann, J. W.; Klee, S.; Seeger, T.: Über den Einfluß der Mitteldehnung und Mittelspannung auf das zyklische Spannungs-Dehnungs- und Bruchverhalten von StE 70. In: *Materialprüfung* 19 (1977) 1, S. 10-17
- [Berg 83] Bergmann, J. W.: *Zur Betriebsfestigkeitsbemessung gekerbter Bauteile auf der Grundlage der örtlichen Beanspruchungen*. Dissertation TH Darmstadt, 1983
- [Bhon 79] Bhongbhibhat, S.: *Langzeit-Dehnungswechselfestigkeit*. Forschungsberichte Verbrennungskraftmaschinen. Heft 257, 1979
- [Bhon 80] Bhongbhibhat, S.; Maile, K.: *Dehnungswechselkurven. Parameter-Studie zur Erstellung von Dehnungswechselkurven aufgrund verfügbarer Ergebnisse aus Kurzzeit- und Zeitstandversuchen*. Abschlußbericht. FVV-Heft 275, FVV-Vorhaben Nr. 224, 1980

- [Blob 12] Blobel, V.; Lohrmann, E.: *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. [Zugriff am: 04.01.2016]. PDF eBook, Hamburg 2012, Verfügbar unter: <http://www.desy.de/blobel/eBuch.pdf> - 1. Auflage erschienen bei Teubner Studienbücher, Stuttgart, Leipzig 1998
- [Boll 87a] Boller, Chr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Part A: Unalloyed Steels*. Elsevier, Amsterdam, 1987
- [Boll 87b] Boller, Chr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Part B: Low-Alloy Steels*. Elsevier, Amsterdam, 1987
- [Boll 87c] Boller, Chr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Part C: High-Alloy Steels*. Elsevier, Amsterdam, 1987
- [Boll 87d] Boller, Chr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Part D: Aluminium and Titanium Alloys*. Elsevier, Amsterdam, 1987
- [Boll 87e] Boller, Chr.; Seeger, T.: *Materials Data for Cyclic Loading. Part E: Cast and Welded Metals*. Elsevier, Amsterdam, 1987
- [Boll 88] Boller, Chr.: *Der Einfluß von Probengröße und Oberflächenbeschaffenheit bei Betrachtung der örtlichen Beanspruchungen*. Dissertation TH Darmstadt, 1988
- [Bors 10] Borsutzki, M. et al.: *Validierung und Erweiterung von Berechnungsmethoden für die Blechumformung, Betriebsfestigkeits- und Craschauslegung im Fahrzeugbau mit Stahl*. VDEh-Forschungsvorhaben P 744, 2010
- [Bren 94] Brennan, F. P.: The use of approximate strain-life fatigue crack initiation predictions. In: *J. Fatigue*, 1994, Vol. 16, pp. 351-356
- [Brow 65] Brownlee, F. A.: *Statistical Theory and Methodology. In Science and Engineering*. Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1965
- [BS 7270] Norm BS 7270 - *Metallic materials - Constant amplitude strain controlled axial fatigue - Method of test*. BS 7270:2006
- [Buca 06] Bucar, T., Nagode, M. ; Fajdiga, M.: A neural network approach to describing the scatter of S-N curves. In: *International Journal of Fatigue* 28 (2006), pp. 311-323

- [Buca 07] Bucar, T., Nagode, M. ; Fajdiga, M.: An improved neural computing method for describing the scatter of S-N curves. In: *International Journal of Fatigue* 29 (2007) pp. 2125-2137
- [Chau 01] Chauvot, C.: *Rissbildung und Risswachstum in dem Rohrleitungsstahl X6 CrNiNb 18-10 unter plastischer Wechselverformung. Experimentelle Untersuchungen und Modellierung*. Dissertation Universität Karlsruhe, 2001
- [Clor 86] Clormann, U. H.; Seeger, T.: RAINFLOW - HCM. Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage. In: *Stahlbau* 3/1986, 55. Jahrgang, S. 65-71
- [Coff 54] Coffin, L. F. Jr.; Schenectady, N. Y.: A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal. In: *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, vol. 76, pp. 931-950, New York 1954
- [Dank 99] Dankert, M.: *Ermüdungsrißwachstum in Kerben - Ein einheitliches Konzept zu Berechnung von Anriß- und Rißfortschrittslebensdauern*. Dissertation TU Darmstadt, 1999
- [Demi 85] Deming, W. E.: *Statistical adjustment of data*. Wiley, NY (Dover Publications edition, 1985), 1943
- [Dixo 48] Dixon, W.-J. ; Mood, A.-M.: A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data. In: *Journal of the American Statistical Association* 43 (1948-03), S. 109-126
- [Drew 95] Drewes, E.-J. et al.: *Neue Stähle mit hoher statischer, dynamischer und Dauerfestigkeit für den Automobilbau*. Abschlussbericht 1995
- [elDs 08] el Dsoki, C.; Nieslony, A.; Kaufmann, H.; Krug, P.: Neue Auswertemethode zur Bestimmung der Kennwerte der Dehnungswöhlerlinie und der Spannungs-Dehnungs-Kurve unter Berücksichtigung der Kompatibilität. In: *Mat.-wiss. u. Werkstofftechnik*. 2008, 39, No. 11
- [elDs 10] el Dsoki, C.: *Reduzierung des experimentellen Versuchsaufwandes durch künstlich neuronale Netze*. Dissertation TU Darmstadt, 2010

- [elDs 12] el Dsoki, C.; Lohmann, F.; Hanselka, H.; Kaufmann, H.: Einfluss der Netztopologie der künstlich neuronalen Netze auf das Ergebnis der Abschätzung zyklischer Kennwerte. In: *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik* 2012, 43, No. 8, S. 681-686
- [Ellm 15] Ellmer, F.; Eulitz, K.-G.: Vergleich verschiedener Verfahren zur Bestimmung von Werkstoff- und Bauteildauerfestigkeiten hinsichtlich der zu erwartenden statistischen Sicherheit der ermittelten Parameter. In: *42. Tagung des DVM-Arbeitskreises Betriebsfestigkeit. Betriebsfestigkeit - Bauteile und Systeme unter komplexer Belastung*. Dresden, 07. und 08. Oktober 2015
- [Engl 01] Engl, B. et al.: *Erarbeitung werkstoff- und verarbeitungsgerechter Kennwerte für Feinblech aus normal- und höherfesten sowie nichtrostenden Stählen (Kennwerte für Feinblech)*. VDEh-Forschungsvorhaben, 2001
- [Esde 05] Esderts, A.; Thoms, V.; Wagener, R.; Schatz, M.: *Leichtbau mit Hilfe von zyklischen Werkstoffkennwerten für Strukturen aus umgeformtem höherfesten Feinblech*. FAT-Schriftenreihe 191, 2005
- [Esde 06] Esderts, A.; Masendorf, R.: *Betriebsfestigkeit von Feinblechstrukturen. Teilprojekt C5. In: Sonderforschungsbereich 362. Fertigen in Feinblech. Abschlussbericht 1. Juli 1993 bis 31. Dezember 2005*, 2006
- [Euli 94] Eulitz, K.-G.; Döcke, H.; Esderts, A.: *Lebensdauervorhersage I: Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische Aufbereitung und Auswertung vorliegender Versuchsdaten*. FKM-Forschungsheft Nr. 189, 1994
- [Euli 97] Eulitz, K.-G.; Döcke, H.; Liu, J.: *Lebensdauervorhersage II: Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische Aufbereitung und Auswertung vorliegender Versuchsdaten*. FKM-Forschungsheft Nr. 227, 1997
- [Euli 99] Eulitz, K.-G.; Kotte, K. L.: *Datensammlung Betriebsfestigkeit, Teil 1: Erhöhung der Genauigkeit der Lebensdauervorhersage durch Berücksichtigung der Reihenfolge*. Abschlussbericht DFG, (1991)

- [Fags 05] Fagschlunger, Chr.: *Schwingfestigkeit von Al-Druckgusslegierungen unter Berücksichtigung fertigungsprozessbedingter Werkstoffinhomogenitäten*. Dissertation Montanuniversität Leoben, 2005
- [Fang 94] Fang, D.; Berkovits, A.: Mean stress models for low-cycle fatigue of a nickel-base superalloy. In: *J. Fatigue*, Vol. 16, 1994, pp. 429-437
- [Fate 05] Fatemi, A.; Plaseied, A.; Khosrovaneh, A. K.; Tanner, D.: Application of bi-linear log-log S-N model to strain-controlled fatigue data of aluminum alloys and its effect on life predictions. In: *International Journal of Fatigue* 27 (2005), pp. 1040-1050
- [Fied 15] Fiedler, M.; Varfolomeev, I.; Wächter, M.; Vormwald, M.; Gumbsch, P.; Esderts, A.: *Rechnerischer Bauteilfestigkeitsnachweis unter expliziter Erfassung nichtlinearen Werkstoff-Verformungsverhaltens*. AiF-Vorhaben Nr. 17612, Abschlussbericht, 2015
- [Fish 12] Fisher, R. A.: On an Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves. In: *Messenger of Mathematics*, 41, pp. 155-160, 1912
- [Fuhr 10] Fuhrmann, K.: *Erfassung der Einflüsse Temperatur und Porosität für Magnesium-Druckgusslegierungen im örtlichen Konzept*. Dissertation TU Dresden, 2010
- [Gene 04] Genel, K.: Application of artificial neural network for predicting strain-life fatigue properties of steels on the basis of tensile tests. In: *International Journal of Fatigue* 26 (2004) pp. 1027-1035
- [Gla1 01] Glaister, P.: The Least squares revisited. In: *The Mathematical Gazette*, Vol 85, No. 502 (2001), pp. 104-107
- [Hack 11] Hacke, B.; Radnai, B.; Hinkelmann, K.; Poll, G.; Sauer, B.; Esderts, A.: *Berücksichtigung von Betriebszuständen, Sonderereignissen und Überlasten bei der Berechnung der Wälzlager-Lebensdauer in Windenergieanlagen und Großgetrieben*. FVA-Heft Nr. 967, 2011
- [Haga 14] Hagan, M. T.; Demuth, H. B.; Beale, M. H.; De Jesús, O.: *Neural Network Design*. 2. Auflage, 2014

- [Haib 70] Haibach, E.: *Modifizierte lineare Schadensakkumulations-Hypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung*. LBF-Technische Mitteilung TM 50/70 (1970)
- [Haib 76] Haibach, E.; Lehrke, H. P.: Das Verfahren der Amplituden-
transformation zur Lebensdauerberechnung bei Schwingbe-
anspruchung. *Arch. Eisenhüttenw.* 47 (1976) Nr. 10, S. 623-
628
- [Haib 06] Haibach, E.: *Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur
Bauteilberechnung*. 3. korrigierte und ergänzte Auflage,
Springer, Berlin 2006
- [Hans 13] Hanselka, H.; Esderts, A.; Franz, R.; Xin, P.: *Verbesse-
rung der Lebensdauerabschätzung für mehrachsige belastete
Sicherheitsbauteile aus Schmiedestahl und Aluminiumguss
durch Auswahl zutreffender Berechnungsalgorithmen*. FKM-
Forschungsvorhaben, Abschlussbericht 2013
- [Hans 81] Hanschmann, D.: *Ein Beitrag zur rechnergestützten Lebens-
dauervorhersage schwingbeanspruchter Kraftfahrzeugbauteile
aus Aluminiumwerkstoffen*. DFVLR-Forschungsbericht FB-
81-10 (1981)
- [Hars 96] Harste, D.: *Untersuchung zur Auswirkung von Überlasten auf
die Dauerfestigkeit*. Dissertation TU Clausthal, 1996
- [Hats 04] Hatscher, A.: *Abschätzung zyklischer Kennwerte von Stählen*.
Dissertation TU Clausthal, 2004
- [Hats 07] Hatscher, A.; Seeger, T.; Zenner, H.: Abschätzung von zy-
klischen Werkstoffkennwerten. Erweiterung und Vergleich bis-
heriger Ansätze. In: *MP Materials Testing* 49 (2007) 3, S.
81-93
- [Heid 06] Heidtmann, U.; Steinbeck, G.: *Ermittlung des Werkstoffver-
haltens und des Beschichtungseinflusses durch rechnerische
Methoden zur Verkürzung der Entwicklungszeiten im Fahr-
zeugbau mit Stahl*. Anschlussbericht. VDEh, 2006
- [Heit 83] Heitmann, H. H.: *Betriebsfestigkeit von Stahl: Vorhersage
der technischen Anrisslebensdauer unter Berücksichtigung
des Verhaltens von Mikrorissen*. Dissertation TH Aachen,
1983

- [Herr 96] Herrmann, F.; Kiehn, H.; Stäblein, R.: *Lebensdauer von Blechen mit Sicken*. FAT-Schriftenreihe 128, 1996
- [Hert 11] Hertel, O.; Vormwald, M.: Short-crack-growth-based fatigue assessment of notched components under multiaxial variable amplitude loading. In: *Engineering Fracture Mechanics* 78 (2011), pp 1614-1627
- [Hert 14] Hertel, O.; Vormwald, M.: Multiaxial fatigue assessment based on a short crack growth concept. In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 73 (2014), pp. 17-26
- [Holl 04] Hollmann, Chr.: *Übertragbarkeit von Schwingfestigkeits-Eigenschaften im örtlichen Konzept*. Dissertation Universität Dresden, 2004
- [Hück 83] Hück, M.: Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen. In: *Zeitschrift für Werkstofftechnik* 14 (1983-12), p. 406-417
- [Huts 99] Hutson, A. D.: Calculating nonparametric confidence intervals for quantiles using fractional order statistics. In: *Journal of Applied Statistics* (1999), 26:3, S. 343-353
- [Iida 77] Iida, K.; Fujii, E.: *Low Cycle Fatigue Strength of Steels and Welds in Relation to Static Tensile Properties*. IIW Doc. XIII-816-77, 1977
- [ISO 12106] Norm *ISO 12106 - Metallic materials - Fatigue testing - Axial-strain-controlled method*. ISO 12106:2003(E)
- [ISO 2566-1] Norm *DIN EN ISO 2566-1 - Umrechnung von Bruchdehnungswerten. Teil 1: Unlegierte und niedrig legierte Stähle*. DIN EN ISO 2566-1 : 1999
- [ISO 6892-1] Norm *DIN EN ISO 6892-1 - Metallische Werkstoffe - Zugversuch - Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur*. DIN EN ISO 6892-1:2009-12
- [Jacq 11] Jacquelin, J.: 3-D Linear Regression. In: *Regressions et Trajectoires en 3D*. 2011, Online: <https://de.scribd.com/doc/31477970/Regressions-et-trajectoires-3D> (Zugriff: 02.07.2015)
- [Kand 99] Kandil, F. A.: Potential ambiguity in the determination of the plastic strain range component in LCF testing. In: *International Journal of Fatigue* 21 (1999), pp. 1013-1018

- [Kara 11] Karakas, Ö.: Estimation of fatigue life for aluminium welded joints with the application of artificial neural networks. In: *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik*, 2011, 42, No. 10, S. 888-893
- [Kara 13] Karakas, Ö; Tomasella, A.: Fatigue life estimation of non-penetrated butt weldments in lighth metals by artificial neural network approach. In: *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik*, 2013, 44, No. 10, S. 847-855
- [Klee 73] Klee, S.: *Das zyklische Spannungs-Dehnungs- und Bruchverhalten verschiedener Stähle*. Dissertation TH Darmstadt, 1973
- [Krus 11] Kruse, R.; Borgelt, Chr.; Klawonn, F.; Moewes, Chr.; Ruß, G.; Steinbrecher, M.: *Computational Intelligence*. Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2011
- [Land 72] Landgraf, R. W.; Mitchell, M. R.; LaPointe, N. R.: *Monotonic & Cyclic Properties of Engineering Materials*. Ford Motor Company, 1972
- [Liu 01] Liu, J.: *Dauerfestigkeitsberechnung metallischer Bauteile*. Habilitation TU Clausthal, 2001
- [Lütke 09] Lütkepohl, K.; Esderts, A.; Luke, M.; Varfolomeev, I.: *Sicherer und wirtschaftlicher Betrieb von Eisenbahnfahrwerken*. Abschlussbericht, 2009
- [Mans 65] Manson, S. S.: Fatigue: A Complex Subject - Some Simple Approximations. In: *Experimental Mechanics*, vol 5, July 1965, pp. 193-226
- [Marq 02] Marquardt, Chr.; Zenner, H.: *Ermittlung von Bauteilwöhlerlinien mittels Künstlicher Neuronaler Netze*. FVA-Forschungsvorhaben Nr. 380, 2002
- [Marq 04] Marquardt, Chr.: *Lebensdauerabschätzung schwingend beanspruchter Bauteile mittels Künstlicher Neuronaler Netze*. Dissertation TU Clausthal, 2004
- [Marq 63] Marquardt, D. W.: An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. In: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 11, pp.431-441, 1963

- [Mart 11a] Martin, A.; Hinkelmann, K.; Esderts, A.: Zur Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen im Zeitfestigkeitsbereich - Teil 1: Wie zuverlässig können 50%-Wöhlerlinien aus experimentellen Daten geschätzt werden? In: *Materials Testing* 53 (2011) 9
- [Mart 11b] Martin, A.; Hinkelmann, K.; Esderts, A.: Zur Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen im Zeitfestigkeitsbereich - Teil 2: Wie zuverlässig kann die Standardabweichung aus experimentellen Daten geschätzt werden? In: *Materials Testing* 53 (2011) 9
- [Mase 00] Masendorf, R.: *Einfluss der Umformung auf die zyklischen Werkstoffkennwerte von Feinblech*. Dissertation TU Clausthal, 2000
- [Masi 26] Masing, G.: Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing. In: *Proc. 2nd Int. Cong. of Appl. Mech.*, Zürich 1926, S. 332–335
- [Mats 98] Matsumoto, M.; Nishimura, T.: Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator. In: *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation* 08 (1998-01), S. 3-30
- [Mauc 99] Mauch, H.; Zenner, H.: *Statistische Methoden zur Beurteilung von Bauteillebensdauer und Zuverlässigkeit und ihre beispielhafte Anwendung auf Zahnräder*. FVA-Forschungsvorhaben Nr. 304, 1999
- [Medh 12] Medhurst, T.; Süße, D.: *Nutzung des Leichtbaupotentials von höherfesten Stahlfeinblechen durch die Berücksichtigung von Fertigungseinflüssen auf die Festigkeitseigenschaften*. FAT-Schriftenreihe 242, 2012
- [Medh 14] Medhurst, T.: *Zyklisches Verhalten metastabiler austenitischer Feinbleche in Abhängigkeit des Umformgrades*. Dissertation TU Clausthal, 2014
- [Megg 04] Meggiolaro, M. A.; Castro, J. T. P.: Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation. In: *International Journal of Fatigue* 26, pp. 463-476, 2004
- [Mine 45] Miner, M. A.: Cumulative Damage in Fatigue. In: *Journal of Applied Mechanics*, September 1945, pp. A-159 - A-164

- [Morg 06] Morgenstern, Chr.: *Kerbgrundkonzepte für die schwingfeste Auslegung von Aluminiumschweißverbindungen am Beispiel der naturharten Legierung AlMg_{4,5}Mn (AW-5083) und der warmausgehärteten Legierung AlMgSi1 T6 (AW-6082 T6)*. Dissertation TU Darmstadt, 2006
- [Müll 12] Müller, Chr.; Hinkelmann, K.; Wächter, M.; Masendorf, R.; Esderts, A.: Zur Wiederverwendung von Durchläufern im Treppenstufenversuch. In: *MP Materials Testing* 54 (2012-11/12), S. 786-792.
- [Müll 14] Müller, Chr.; Hinkelmann, K.; Masendorf, R.; Esderts, A.: Zur Treffsicherheit der experimentellen Dauerfestigkeitsschätzung. In: *TU Clausthal Fakultät 3 Technical Report Series* (2014), Nr. 2
- [Müll 15] Müller, Chr.: *Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien*. Dissertation TU Clausthal, 2015
- [Mura 88] Muralidharan, U.; Manson, S. S.: A Modified Universal Slopes Equation for Estimation of Fatigue Characteristics of Metals. In: *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 110, 1988, S. 55-58
- [Neub 61] Neuber, H.: Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law. In: *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, December 1961, pp. 544-550
- [Nihe 86] Nihei, M.; Heuler, P.; Boller, Chr.; Seeger, T.: Evaluation of mean stress effect on fatigue life by use of damage parameters. In: *Int. J. Fatigue* 8 No 3 (1986) pp 119-126
- [Ong 93] Ong, J. H.: An improved technique for the prediction of axial fatigue life from tensile data. In: *Int. J. Fatigue*, 15 No. 3, pp. 213-219, 1993
- [Palk 06] Palkowski, H.; Masendorf, R.; Schram, A.: *Kennwerte und Schädigungsmechanismen für gefügte und umgeformte Feinbleche bei zyklischer Beanspruchung. Teilprojekt A6. In: Sonderforschungsbereich 362. Fertigen in Feinblech. 1. Juli 1993 bis 31. Dezember 2005. Abschlussbericht, 2006*

- [Palk 10] Palkowski, H.: *Sonderforschungsbereich 362. Fertigen in Feinblech. Abschlussbericht der Teilprojekte T5 - T7 zum Transferbereich Industrielle Nutzung der rechnerischen Abschätzung von Bauteileigenschaften für Strukturen aus Feinblech.* 2007/10-2010/12
- [Palm 14] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. In: *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, Band 68, Nr. 14, April 1924
- [Poll 06] Pollak, R.; Palazotto, A.; Nicholas, T.: A simulation-based investigation of the staircase method for fatigue strength testing. In: *Mechanics of Materials* 38 (2006-12), S. 1170-1181
- [prEN 3988] Norm *PrEN 3988 - Aerospace series - Test methods for metallic materials - Constant amplitude strain-controlled Low cycle fatigue testing.* prEN 3988:1995
- [Pujo 11] Pujol, J. C. F.; Pinto, J. M. A.: A neural network approach to fatigue life prediction. In: *International Journal of Fatigue* 33 (2011), pp. 313-322
- [Rada 06] Rada, D.; Sonsino, C. M.; Fricke, W.: *Fatigue Assessment of Welded Joints by Local Approaches.* Woolhead, 2nd ed, Cambridge, 2006
- [Rada 07] Rada, D.; Vormwald, M.: *Ermüdungsfestigkeit. Grundlagen für Ingenieure.* 3., neubearbeitete und erweiterte Auflage, Springer, Berlin, 2007
- [Ramb 43] Ramberg, W.; Osgood, W. R.: *Description of stress-strain curves by three parameters.* Technical Note No. 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington DC, 1943
- [Renn 12] Rennert, R.; Kullig, E.; Vormwald, M.; Esderts, A.; Siegele, D.: *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen.* 6., überarbeitete Auflage, VDMA-Verlag, Frankfurt, 2012
- [Roes 00] Roessle, M. L.; Fatemi, A.: Strain-controlled fatigue properties of steels and some simple approximations. In: *Int. J. of Fatigue* 22, S. 495-511, 2000
- [Ross 64] Rossow, E.: Eine einfache Rechenschiebernäherung an die den normal scores entsprechenden Prozentpunkte. In: *Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung* 59 (1964) Heft 12, S. 596-597

- [Rupp 02] Rupp, A.; Wallmichrath, M.; Reip, C.-P.; Riscifuli, S.; Budano, S.: *Service improvement of high-strength formed sheet steel structures „Bodylife“*. Euroean Comission. Technical steel research. 2002
- [SAE 13] Society of Automotive Engineers (SAE): *F.D.+E. Experimental HTML Fatigue Database*. Link: <http://fde.uwaterloo.ca/Fde/Materials/dindex.html> (Zugriff: 04.09.2013)
- [Sarl 11] Sarle, W. S.: *Neural Networks: FAQ, Papers, and Various Other Things*. <ftp://ftp.sas.com/pub/neural/FAQ2.html> (Zugriff: 29.04.2015)
- [Sava 95] Savaidis, G.: *Berechnung der Bauteilanrißlebensdauer bei mehrachsrig proportionalen Beanspruchungen*. Dissertation TH Darmstadt, 1995
- [Schü 65] Schütz, W. H.: *Über eine Beziehung zwischen der Lebensdauer bei konstanter zur Lebensdauer bei veränderlicher Beanspruchungsamplitude und ihre Anwendbarkeit auf die Bemessung von Flugzeugbauteilen*. Dissertation TH München, 1956
- [Seeg 77] Seeger, T.; Beste, A.: Zur Weiterentwicklung von Näherungsformeln für die Berechnung von Kerbbeanspruchungen im elastisch-plastischen Bereich. In: *Kerben und Bruch*. VDI-Fortschrittsbericht, Reihe 18, Nr. 2, VDI-Verlag, 1977
- [Seeg 96] Seeger, T.: Grundlagen für Betriebsfestigkeitsnachweise. In: Deutscher Stahlbau-Verband (Hrsg.): *Stahlbau-Handbuch, Bd. 1*, Teil B, S. 5–123. Stahlbau-Verlagsgesellschaft, Köln 1996
- [SEP 1240] VDEh (Hrsg.): *STAHL-EISEN-Prüfblatt 1240. Prüf- und Dokumentationsrichtlinie für die experimentelle Ermittlung mechanischer Kennwerte von Feinblechen aus Stahl für die CAE-Berechnung*. 1. Ausgabe, VDEh, Düsseldorf, 2006
- [Sieb 55] Siebel, E; Stieler, M.: Ungleichförmige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung. In: *VDI-Z.* 97 (1955) Nr. 5, S. 121-126
- [Sieb 56] Siebel, E.; Gaier, M.: Untersuchungen über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die Dauerfestigkeit metallischer Bauteile. In: *VDI-Z.* 98 (1956, S. 1751-1774)

- [Smit 70] Smith, K. N.; Watson, P.; Topper, T. H.: A stress-strain function for the fatigue of metals. In: *J. of Materials* 5, 4, 767-778, 1970
- [Soci 77] Socie, D. F.; Mitchell, M. R.; Caulfield, E. M.: *Fundamentals of modern fatigue analysis*. Fracture Control Program, Report No. 26, University of Illinois, USA, 1977
- [Song 96] Song, J.-H.; Park, J.-H.: New Proposals for Estimation of Fatigue Characteristics of Metals. In: *Fatigue '96*, Band 2, S. 1359-1364
- [Spin 79a] Spindel, J. E.; Haibach, E.: The method of maximum likelihood applied to the statistical analysis of fatigue data. In: *International Journal of Fatigue*, April 1979
- [Spin 79b] Spindel, J. E.; Haibach, E.: Some Considerations in the Statistical Determination of the Shape of S-N Curves. In: *Statistical Analysis of Fatigue Data*. ASTM STP 744, R. E. Little and J. C. Ekvall, Eds., American Society for Testing and Materials, 1981, pp. 89-113
- [Stör 15] Störzel, K.: Zuverlässigkeit bei der statistischen Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen. Vortrag. *DVM-Workshop Zuverlässigkeit und Probabilistik*, 26. und 27. November 2015 in München
- [Suha 00] Suhartono, A.: *Mechanismenorientierte Lebensdauervorhersage für zyklisch beanspruchte metallische Werkstoffe*. Dissertation TU Clausthal, 2000
- [Swam 75] van Swam, L. F.; Pelloux, R. M.; Grant, N. J.: Fatigue Behavior of Maraging Steel 300. In: *Metallurgical Transactions A*, Vol. 6A, 1975, pp. 45-54
- [Trau 04] Traupe, M.; Meinen, H.; Zenner, H.: *Sichere und wirtschaftliche Auslegung von Eisenbahnfahrwerken*. Abschlussbericht 2004
- [Vorm 89] Vormwald, M.: *Anrißlebensdauer auf Basis der Schwingbruchmechanik für kurze Risse*. Dissertation TH Darmstadt, 1989
- [Wäch 15a] Wächter, M.; Esderts, A. Masendorf, R.: Methoden zur Abschätzung zyklischer Werkstoffkennwerte. In: *Tagungsband, 1. Niedersächsisches Symposium Materialtechnik*, 12. bis 13. Februar 2015, Clausthal-Zellerfeld

- [Wäch 15b] Wächter, M.; Esderts, A.: Zuverlässige Abschätzung zyklischer Kennwerte. Ableitung von Wöhlerlinien für den Schädigungsparameter P_J . In: *DVM-Workshop Zuverlässigkeit und Probabilistik*. 26. und 27. November 2015 in München
- [Wäch 16] Wächter, M.; Esderts, A.: Zur rechnerischen Abschätzung von Wöhlerlinien für den Schädigungsparameter P_{SWT} . In: *Berichtsband des 37. Werkstoffmechanikseminars in Sensbachtal*, 17.-20. Mai 2016, Sensbachtal/Reußenkreuz
- [Wage 07] Wagener, R. W.: *Zyklisches Werkstoffverhalten bei konstanter und variabler Beanspruchungsamplitude*. Dissertation TU Clausthal, 2007
- [Wern 01] Werner, U.: *Anwendung lokaler und bruchmechanischer Konzepte für die Lebensdauerabschätzung von Aluminiumschweißverbindungen*. LBF-Bericht Nr. FB-220, 2001
- [Zenn 00] Zenner, H.; Thorms, V.: *Betriebsfestigkeit von umgeformten Karosseriestählen*. FAT-Schriftenreihe Nr. 166, 2000

